

**МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

**На правах рукописи**

**Болденков Евгений Николаевич**

**Разработка и исследование оптимальных алгоритмов обработки  
сигналов в аппаратуре спутниковой навигации**

**05.12.14 - Радиолокация и радионавигация**

**Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук**

**Научный руководитель  
доктор технических наук  
Перов А. И.**

**Москва 2007**

## Оглавление

Введение	6
<b>1 Синтез алгоритмов межспутниковых измерений в системе ГЛОНАСС</b>	<b>24</b>
1.1 Краткое описание системы межспутниковых измерений . . . .	24
1.1.1 Структура сигнала системы БАМИ . . . . .	24
1.1.2 Требования к системе БАМИ . . . . .	27
1.1.3 Анализ взаимного движения навигационных спутников	27
1.2 Синтез оптимальных алгоритмов оценки параметров сигнала	32
1.2.1 Выбор структуры следящих систем . . . . .	33
1.2.2 Методика синтеза следящих систем . . . . .	34
1.2.3 Постановка задачи синтеза . . . . .	37
1.2.4 Синтез алгоритма слежения за фазой сигнала . . . . .	39
1.2.5 Синтез алгоритма слежения за задержкой сигнала . .	43
1.3 Синтез оптимальных алгоритмов интерполяции параметров	46
1.3.1 Постановка задачи синтеза алгоритма интерполяции	48
1.3.2 Синтез алгоритма оптимальной интерполяции . . . . .	49
1.4 Анализ характеристик системы . . . . .	51
1.4.1 Теоретическое исследование точности оценки параметров сигнала . . . . .	51
1.4.2 Имитационная модель рассматриваемой системы . . . .	58
1.4.3 Результаты численного моделирования . . . . .	59
1.5 Выводы по главе . . . . .	65
<b>2 Разработка алгоритма быстрого поиска сигнала для системы межспутниковых измерений</b>	<b>67</b>
2.1 Традиционный метод построения системы поиска навигационных сигналов . . . . .	67

2.2	Обзор известных методов поиска . . . . .	70
2.3	Исследование процедуры поиска при отсутствии перечня сигналов . . . . .	72
2.3.1	Описание процедуры поиска . . . . .	73
2.3.2	Анализ необходимого количества циклов обзора . . . . .	74
2.4	Исследование поиска навигационного сигнала на базе стандартных корреляторов . . . . .	79
2.4.1	Постановка задачи поиска сигнала . . . . .	79
2.4.2	Метод обнаружения сигнала . . . . .	79
2.4.3	Расчёт характеристик алгоритма обнаружения сигналов . . . . .	81
2.4.4	Анализ длительности поиска сигнала . . . . .	84
2.5	Разработка алгоритма быстрого поиска сигналов . . . . .	86
2.5.1	Теоретические основы алгоритма . . . . .	86
2.5.2	Описание алгоритма поиска сигналов с использованием дискретной свёртки . . . . .	89
2.5.3	Проблема избыточности алгоритма . . . . .	90
2.5.4	Разработка модифицированного алгоритма поиска . . . . .	91
2.5.5	Оценка реализуемости алгоритма . . . . .	97
2.6	Имитационное моделирование разработанных алгоритмов . . . . .	99
2.6.1	Сопоставление быстрого обнаружителя с обнаружителем на основе корреляторов . . . . .	100
2.6.2	Анализ характеристик обнаружения . . . . .	102
2.7	Экспериментальное исследование разработанного алгоритма . . . . .	103
2.7.1	Реализация алгоритма поиска в программном приёмнике . . . . .	104
2.8	Выводы по главе . . . . .	107
<b>3</b>	<b>Разработка алгоритма приёма комбинированного сигнала</b> . . . . .	<b>109</b>
3.1	Комбинированный метод модуляции сигнала . . . . .	110
3.2	Синтез алгоритма приёма сигнала с комбинированным видом модуляции . . . . .	114
3.2.1	Постановка задачи синтеза . . . . .	116
3.2.2	Синтез дискриминаторов . . . . .	117

3.2.3	Алгоритмы выделения навигационного и телеметрического сообщений . . . . .	126
3.2.4	Синтез сглаживающих фильтров . . . . .	127
3.2.5	Теоретический анализ характеристик синтезированного алгоритма . . . . .	128
3.3	Имитационное моделирование синтезированного алгоритма .	131
3.3.1	Анализ точности оценки параметров сигнала . . . . .	133
3.3.2	Анализ вероятности правильного приёма символов . .	135
3.3.3	Анализ влияния передачи дополнительного телеметрического сигнала на стандартный навигационный приёмник . . . . .	136
3.4	Выводы по главе . . . . .	138
<b>4</b>	<b>Синтез и анализ алгоритма подавления узкополосных помех</b>	<b>140</b>
4.1	Синтез алгоритма подавления узкополосных помех в виде трансверсального фильтра . . . . .	140
4.1.1	Постановка задачи синтеза . . . . .	140
4.1.2	Синтез алгоритма . . . . .	141
4.1.3	Расчёт частотного коэффициента передачи трансверсального фильтра . . . . .	143
4.1.4	Анализ характеристик трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи . . . . .	144
4.1.5	Адаптивный трансверсальный фильтр . . . . .	150
4.2	Разработка алгоритма быстрого расчёта коэффициентов трансверсального фильтра . . . . .	151
4.2.1	Решение систем линейных уравнений градиентным методом . . . . .	153
4.2.2	Вычисление коэффициентов трансверсального фильтра градиентным методом . . . . .	154
4.2.3	Работа с действительным сигналом . . . . .	158
4.3	Имитационное моделирование алгоритма подавления помех	158
4.3.1	Подавление гармонической помехи . . . . .	160



4.3.2	Подавление узкополосной помехи . . . . .	162
4.3.3	Подавление нескольких гармонических помех . . . . .	163
4.3.4	Подавление полосовой помехи . . . . .	166
4.4	Аппаратная реализация алгоритма на основе трансверсального фильтра . . . . .	168
4.5	Выводы по главе . . . . .	173
<b>Заключение</b>		<b>175</b>
<b>Приложения</b>		<b>180</b>
I	Анализ линейной системы слежения за фазой . . . . .	180
II	Анализ статистических характеристик дискриминаторов системы совместного приёма телеметрического и навигационного сигналов . . . . .	182
III	Метод сопряжённых градиентов для решения систем линейных уравнений . . . . .	186
IV	Имитационная модель системы межспутниковых измерений	188
V	Имитационная модель блока быстрого поиска сигнала системы межспутниковых измерений . . . . .	193
VI	Имитационная модель системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений . . . . .	198
VII	Имитационная модель системы подавления узкополосных помех . . . . .	204
VIII	Акты внедрения результатов работы . . . . .	213

## Введение

Объект исследования и актуальность темы. В настоящее время происходит быстрое развитие систем спутниковой радионавигации (СРНС), сопровождающееся расширением круга задач, решаемых с их помощью. Этому способствует ряд преимуществ СРНС, среди которых следует упомянуть:

- относительно высокую точность;
- глобальную область действия СРНС;
- доступность и непрерывность измерений;
- возможность получения координат с использованием простых (с точки зрения потребителя) средств.

Вместе с ростом областей применения СРНС повышаются и требования к характеристикам аппаратуры спутниковой навигации. В частности, к навигационным приёмникам могут предъявляться требования:

- высокой точности навигационного решения;
- функционирования в сложной помеховой обстановке;
- приём слабых сигналов в условиях затенения (например, в лесу) или в помещениях.

Приёмная аппаратура систем спутниковой навигации непрерывно совершенствуется, что приводит к постоянному повышению пользовательских характеристик, однако далеко не все существующие проблемы могут быть разрешены на уровне аппаратуры потребителя. Такие параметры, как, например, доступность измерений и точность эфемеридной информации, зависят исключительно от качества работы космического сегмента СРНС и наземной службы её поддержки, поэтому необходимо совершенствовать саму систему.

В настоящее время идёт активная работа по модернизации СРНС ГЛОНАСС с целью повышения её эксплуатационных характеристик (точности, надёжности, автономности и т.д.). Рассматривается совершенствование СРНС ГЛОНАСС по ряду направлений:

1. модернизация космического сегмента системы:
  - а. введение новых частотных диапазонов излучения радиосигналов;
  - б. введение новых и модернизация существующих навигационных сигналов;
  - в. введение дополнительной автономной системы межспутниковых измерений;
  - г. передача в системе ГЛОНАСС дополнительных служебных/телеметрических сигналов.
2. модернизация наземного сегмента системы:
  - а. создание новых станций приёма спутниковых сигналов и контроля их целостности;
  - б. создание станций для обеспечения ввода в эксплуатацию и контроля состояния системы межспутниковых измерений;
  - в. разработка технических решений по приёму совместно передаваемых навигационных и дополнительных служебных сигналов;

В диссертации решаются проблемы, связанные с пунктами [1в](#), [1г](#), [2в](#).

Актуальность выбранных задач обусловлена необходимостью:

1. повышения автономности работы системы;
2. повышения надёжности работы;
3. улучшения эфемеридного обеспечения;
4. совершенствования контроля над системой.

Рассмотрим выбранные направления более подробно. Первое направление работ - система межспутниковых измерений (пункт 1в).

В процессе решения навигационной задачи аппаратура потребителя опирается на информацию о движении навигационных спутников (НС), которую получает вместе с навигационным сигналом. От точности эфемеридной информации напрямую зависит точность получаемого потребителем навигационного решения.

Специфика СРНС ГЛОНАСС и GPS заключается в их “глобальности” — данные системы позволяют рассчитывать координаты в любой точке Земли. Этот факт накладывает существенное требование к службе наземной поддержки, которая занимается измерением траекторий движения НС и обновлением имеющейся у них эфемеридной информации - пункты наземного контроля движения НС также должны быть расположены равномерно по всей Земле. Учитывая это, возникает проблема с размещением пунктов наземного контроля — расположить их в любой точке земного шара не представляется возможным.

Существует метод улучшения качества эфемеридной информации путём осуществления измерений взаимного движения спутников в самой навигационной системе. По принципу функционирования системы НС распределены вокруг Земли достаточно равномерно. Осуществление измерения параметров взаимного движения спутников повышает избыточность доступных сведений в системе, что позволяет в конечном счёте повысить точность эфемеридной информации даже при недостаточно равномерном распределении наземных пунктов контроля по Земле.

Другой важной проблемой, которую отчасти позволяет решать система межспутниковых измерений является надёжность СРНС. В случае выхода из строя части наземных пунктов контроля или при полном отсутствии поддержки системы с Земли эфемеридная информация продолжает экстраполироваться, но со временем точность имеющихся данных снижается, что приводит к неспособности системы решать поставленные задачи. Межспутниковые измерения независимы от наземной поддержки, так как соответствующая аппаратура входит в состав НС и работает автономно. Это позволяет продлить срок активного существования СРНС.

Система межспутниковых измерений была разработана для американской СРНС GPS (GPS Autonav) и успешно прошла испытания. По данному вопросу опубликован ряд статей. Так, в статье [?] описаны основные характеристики системы Autonav, которая используется в спутниках GPS Block IIR. В статье утверждается, что использование данной системы позволяет при отсутствии поддержки с наземных измерительных комплексов сохранить точность эфемеридного обеспечения в течении 180 суток такой, что будет возможно решение навигационной задачей со сферической ошибкой 6 м, в то время, как при отсутствии системы межспутниковых измерений и поддержки с Земли система может обеспечивать требуемую точность лишь в течении 2 недель. Впервые система GPS Autonav была внедрена в спутниках GPS Block IIR, первый запуск которых состоялся в июле 1997 ([?]). С тех пор прошло много времени и уже разработано новое поколение спутников GPS Block IIF, включающих в себя систему Crosslink Nav, являющуюся развитием Autonav. Утверждается, что новая система позволит повысить точность работы в два раза по сравнению с предшествующей. Кроме этого, в статье [?] рассматривается возможность включения в состав системы межспутниковых измерений станций, расположенных на Земле, но аналогичных по структуре тем, что находятся на борту навигационного спутника. Показано, что наличие даже одной такой станции позволяет существенно повысить точность системы межспутниковых измерений и отчасти решить проблему расположения контрольных станций.

В рамках модернизации СРНС ГЛОНАСС в новом поколении спутников ГЛОНАСС М в 2007 году планируется введение в систему бортовой аппаратуры межспутниковых измерений (БАМИ). Эта система должна осуществлять измерения расстояний и взаимных скоростей движения НС. Данная информация будет использоваться бортовым вычислительным комплексом для внесения поправок в имеющуюся эфемеридную информацию.

Для построения системы БАМИ нужно решить ряд задач:

1. выбрать частотный диапазон;
2. выбрать и обосновать режимы работы системы;

3. выбрать вид и параметры сигналов;
4. разработать требования по энергетике радиолинии;
5. разработать антенные системы;
6. разработать приёмную аппаратуру, обеспечивающую заданные характеристики поиска, захвата и измерения параметров сигналов;
7. разработать передающую аппаратуру.

МЭИ (ТУ) был привлечён к работе над системой БАМИ по пункту 6. В БАМИ выбран частотный диапазон 2.2 ГГц, а структура сигналов аналогична структуре навигационного сигнала ГЛОНАСС: используется фазовая манипуляция несущей дальномерным кодом и подмодуляция служебными данными. Благодаря этому принцип построения приёмной аппаратуры БАМИ во многом аналогичен принципам построения навигационной аппаратуры потребителя (НАП). Однако система БАМИ имеет ряд особенностей:

1. очень высокие требования по точности, составляющие 0.3 м по псевдодальности и  $22 \cdot 10^{-3}$  Гц по частоте (среднеквадратические значения ошибки);
2. малое время поиска сигналов;
3. малая длительность интервала измерений;
4. необходимость формирования итоговых оценок псевдодальности и взаимной скорости (которые затем передаются в навигационном сообщении другим НС) на фиксированный момент времени, лежащий внутри интервала измерений.

Основное отличие системы БАМИ от навигационной аппаратуры заключается в том, что измерения осуществляются не непрерывно, а в течении заданного сеанса работы, что приводит к ограниченному времени измерений. Система работает интервалами по 5 с, из которых только 3.5

с выделены собственно на измерения параметров сигнала. Кроме измерительной функции данная линия используется для передачи дополнительной информации, предназначенной для поддержки функционирования системы. Задача повышения точности измерений решается с использованием теории оптимальной фильтрации ([1, 2]), которая и применена в работе.

Другой особенностью рассматриваемой системы является то, что получаемая оценка параметров должна быть привязана не к концу интервала измерений, а к некоторой промежуточной точке, лежащей внутри интервала измерений. При этом оценка параметров сигнала должна быть получена уже после окончания всего интервала измерений. В связи с этим возможно два варианта построения системы. Первый вариант заключается в том, чтобы непосредственно выдавать фильтрационную оценку в заданный момент времени. Недостатком этого варианта является то, что наблюдения, которые идут после этого момента времени, не будут учтены при формировании оценок параметров. Вторым вариантом является использование алгоритмов интерполяции измерений, которые позволят обработать все доступные наблюдения, а затем пересчитать оценку параметров к требуемому моменту времени. Дополнительные измерения должны повысить точность итоговой оценки. В литературе описаны алгоритмы интерполяции измерений в нескольких формах. Например, в статье [3] описан алгоритм двусторонней интерполяции измерений. Для рассматриваемой системы он неудобен тем, что включает в себя этапы фильтрации в прямом и обратном направлении. Известны другие алгоритмы интерполяции, не требующие фильтрации в обратном времени ([4, 5]).

Для реализации режима измерений параметров сигнала системы БАМИ ставится задача синтезировать оптимальные алгоритмы измерения, включающие в себя системы фильтрации фазы и задержки сигнала, а также систему интерполяции оценок на заданный момент времени.

Перед началом этапа измерений находится этап поиска сигнала. В нормальном режиме функционирования БАМИ бортовой вычислительный комплекс НС на основе доступной эфемеридной информации должен формировать начальное указание по доплеровскому смещению частоты сигнала и его задержке, что позволяет ограничиться допоиском сигнала в

рамках погрешности формируемой оценки. Кроме этого, рассматривается дополнительный режим поиска сигнала БАМИ при отсутствии или недостаточной точности эфемеридной информации на борту НС. В этом случае начальное указание по частоте, задержке и даже по перечню спутников отсутствует, и приёмник должен осуществить процедуру поиска за ограниченное время (1 с). Учитывая большой объём вычислений, который необходимо осуществить при решении задачи полного поиска, строить систему поиска по традиционной схеме на основе многоканального коррелятора и уложиться в установленное время невозможно. Реализовать поиск сигнала за отведённое время можно только путём использования более совершенных алгоритмов. Ставится задача создания специализированного блока быстрого поиска сигнала. Обзору известных методов быстрого поиска и решению данной задачи посвящена вторая глава диссертации.

Другим направлением развития системы ГЛОНАСС, рассматриваемым в работе, является передача дополнительных телеметрических данных. Стоимость вывода спутников на орбиту высока, и при их проектировании стремятся по возможности совмещать в одном устройстве функции нескольких систем, например, использовать одну антенну для передачи нескольких разных сигналов. Кроме того, доступный частотный ресурс ограничен. Рассматривается вариант передачи телеметрических данных вместе с основным навигационным сигналом путём сигнала с комбинированным видом модуляции. Влияние дополнительной модуляции телеметрическими данными на работу обычных навигационных приёмников, которые рассчитаны на приём только навигационного сигнала, должно быть минимально. В рассматриваемом методе передачи изменяется только бинарная модулирующая функция, которая далее используется в фазовом модуляторе передатчика, таким образом, в систему НС вносится изменение только на уровне цифровой части.

Для решения проблемы передачи дополнительных телеметрических данных необходимо решить ряд задач:

1. выбрать метод комбинированной модуляции;
2. обеспечить минимальное влияние на характеристики стандартных



навигационных приёмников;

3. рассчитать требуемую энергетiku сигнала;
4. разработать алгоритм приёма совмещённого сигнала;
5. разработать соответствующую приёмную и передающую аппаратуру.

МЭИ (ТУ) был привлечён к данной разработке по пункту 4 и именно этот вопрос рассматривается в данной работе. Ставится задача разработать оптимальный алгоритм приёма сигнала с комбинированным видом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения и проанализировать характеристики этого алгоритма.

Приём сигнала с комбинированным видом модуляции будет осуществляться на специальных пунктах, на которых кроме данной аппаратуры будет находиться множество других радиотехнических средств. Перекрёстные помехи, образующиеся при их работе, часто не позволяют работать даже обычным навигационным приёмникам. На телеметрический сигнал выделено лишь 12% мощности суммарного сигнала, поэтому при его приёме данная проблема будет стоять наиболее остро. Появляется задача обеспечения работоспособности приёмной аппаратуры в условиях воздействия помех, являющихся, как правило, узкополосными.

Требуется создать блок подавления узкополосных помех для обеспечения помехозащищённости приёмника сигнала с комбинированным видом модуляции. Решение данной проблемы имеет давнюю историю, однако современные навигационные приёмники редко оснащаются подобными блоками, поскольку блок подавления узкополосных помех довольно требователен к аппаратным ресурсам.

Существует три основных подхода к решению данной проблемы:

- подавление узкополосных помех с использованием спектрального анализа входных наблюдений;
- следящие алгоритмы компенсационного типа;
- неследящие алгоритмы компенсационного типа.

Первый подход позволяет успешно решать данную задачу, правда, ценой довольно больших затрат. В качестве примера можно упомянуть статьи [?, ?], в которых рассматривается анализ спектра входного процесса с помощью БПФ и последующее обнаружение и “вырезание” помех и обратное БПФ. Данный алгоритм, помимо большого количества требуемых ресурсов, имеет один недостаток - существенные вносимые потери по белому шуму. При вырезании помех в спектральной области и обратном БПФ возникает эффект Гиббса, для борьбы с которым используется предварительная весовая обработка наблюдений. Наложение весового окна приводит к снижению эффективной длительности сигнала и потерям по аддитивному шуму.

Следящие алгоритмы компенсационного типа рассматривались, например, в [?]. К недостаткам алгоритмов подобного типа следует отнести то, что на каждую входную помеху требуется своя следящая система, которая должна проходить этап захвата слежения, может быть подвержена срывам слежения, ... .

Существуют и неследящие алгоритмы компенсационного типа, приводящие к появлению линейного фильтра с конечной импульсной характеристикой, называемого трансверсальным фильтром. Априорных сведений о параметрах помехи нет, поэтому необходимо использовать алгоритм адаптации коэффициентов фильтра. Известны итеративные методы адаптации коэффициентов [?], недостатком которых является длительное время адаптации. Такие алгоритмы используются в ряде иностранных разработок, например, в [?]. Рассматриваемый в данной статье фильтр имеет 31 отвод, половина из которых является комплексно сопряжённым отражением другой половины, таким образом данный фильтр имеет 15 степеней свободы. Потенциально этот фильтр может сформировать 14 провалов АЧХ, однако при вычислении коэффициентов на основе анализа входной выборки реализовать глубокие провалы АЧХ не удаётся. В связи с этим необходимо увеличение числа отводов фильтра. Решить проблему увеличения количества отводов фильтра при высоком темпе обновления коэффициентов позволяют прямые алгоритмы адаптации.

Ставится задача синтезировать адаптивный алгоритм обработки наблюдений при воздействии нескольких узкополосных помех в форме трансверсального фильтра и разработать метод быстрого вычисления коэффициентов этого фильтра.

В связи с вышеизложенным, целью диссертационной работы является повышение эффективности работы СРНС ГЛОНАСС путём оптимизации алгоритмов обработки в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений и приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения, в том числе в условиях воздействия узкополосных помех.

В соответствии с целью исследования были поставлены следующие задачи:

1. провести синтез алгоритмов оценки параметров сигнала в заданный момент времени для аппаратуры межспутниковых измерений, обеспечивающих заданные требования по точности;
2. разработать математическую модель и провести численное моделирование синтезированных алгоритмов;
3. разработать алгоритм быстрого поиска сигнала системы межспутниковых измерений;
4. разработать математическую модель, провести численное моделирование блока быстрого поиска и оценить его характеристики;
5. синтезировать оптимальный алгоритм приёма сигнала с комбинированным видом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения;
6. разработать математическую модель, провести анализ, численное моделирование и оценить характеристики алгоритма совместного приёма;
7. синтезировать алгоритм работы системы подавления узкополосных помех в форме трансверсального фильтра;

8. разработать алгоритм вычисления коэффициентов трансверсального фильтра системы подавления узкополосных помех;
9. разработать математическую модель и провести численное моделирование системы подавления узкополосных помех.

Методы исследований, использованные в работе:

- теория вероятностей и математическая статистика;
- статистическая теория радиотехнических систем;
- теория оптимальной фильтрации случайных процессов;
- статистическое моделирование;
- вычислительная математика и программирование.

Программная реализация разработанных оптимальных алгоритмов реализована на языке Matlab/Octave.

Научная новизна:

1. методами теории оптимальной фильтрации проведён синтез алгоритма оценки псевдодальности и скорости на заданный момент времени с использованием всех доступных измерений для системы БАМИ, состоящего из автономной системы слежения за фазой, комплексной системы слежения за задержкой сигнала и оптимального алгоритма интерполяции измерений;
2. получены характеристики синтезированного алгоритма;
3. разработан алгоритм быстрого поиска сигнала системы межспутниковых измерений на основе дискретной свёртки в спектральной области, отличающийся от известных отсутствием избыточности вычислений;
4. методами теории оптимальной фильтрации проведён синтез алгоритма приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения; получены характеристики синтезированного алгоритма;

5. разработан адаптивный алгоритм обработки наблюдений при воздействии нескольких узкополосных помех в форме трансверсального фильтра;
6. разработан алгоритм быстрого вычисления коэффициентов трансверсального фильтра для системы подавления узкополосных помех в виде комбинации алгоритма формирования коэффициентов и градиентного метода решения системы линейных уравнений;
7. приведены результаты численного моделирования рассматриваемых алгоритмов.

#### Практическая ценность работы:

- синтезированные для системы БАМИ алгоритмы оценки псевдодальности и скорости на заданный момент времени с использованием всех доступных измерений использованы в аппаратуре БАМИ, что позволило достичь требований технического задания по точности;
- синтезированный алгоритм оценки параметров сигнала на заданный момент времени применим также для навигационной аппаратуры потребителя;
- разработан алгоритм быстрого поиска сигнала, сокращающий вычислительные затраты по сравнению с известными; данный алгоритм быстрого поиска может быть использован для поиска стандартных навигационных сигналов;
- создан блок быстрого поиска для программного приёмника навигационного сигнала GPS, что позволило решать задачу поиска в 1000 раз быстрее стандартного 32-канального приёмника;
- полученная структура алгоритма приёма сигнала с комбинированным видом модуляции навигационным и телеметрическим сообщениями применена при выполнении НИР по передаче сигналов БСК-Р с использованием имеющейся аппаратуры спутника ГЛОНАСС;

- синтезированный алгоритм предварительной обработки наблюдений при воздействии узкополосных помех применён в разработанном макете системы подавления узкополосных помех; для макета разработано программное-математическое обеспечение;
- предложенный метод вычисления коэффициентов фильтра системы подавления узкополосных помех позволил существенно снизить вычислительные затраты и требования к памяти макета;
- разработанный алгоритм подавления узкополосных помех может быть использован совместно со стандартной аппаратурой спутниковой навигации.

Положения, выносимые на защиту:

1. синтезированный алгоритм измерений псевдодалности и скорости на заданный момент времени с использованием всех доступных измерений для системы БАМИ;
2. метод снижения вычислительной избыточности при поиске сигнала с использованием дискретной свёртки в спектральной области;
3. синтезированный алгоритм приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения;
4. синтезированный алгоритм обработки наблюдений при воздействии нескольких узкополосных помех;
5. метод быстрого вычисления коэффициентов синтезированного фильтра системы подавления узкополосных помех.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

1. на восьмой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов “Радиотехника, электроника и энергетика” (Москва, 2002 г.);

2. на девятой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов “Радиотехника, электроника и энергетика” (Москва, 2003 г.);
3. на научно-технической конференции ФГУП “РНИИ КП” (Москва, 2003 г.);
4. на III международном симпозиуме “Аэрокосмические технологии” (Санкт-Петербург, 2004 г.);
5. на одиннадцатой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов “Радиотехника, электроника и энергетика” (Москва, 2005 г.);
6. на XI международной научно-технической конференции “Радиолокация, Навигация, Связь” (Воронеж, 2005 г.);
7. на III научной конференции “Радиооптические Технологии в Приборостроении” (Сочи, 2005 г.);
8. на двенадцатой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов “Радиотехника, электроника и энергетика” (Москва, 2006 г.);
9. на IV научной конференции “Радиооптические Технологии в Приборостроении” (Сочи, 2006 г.);
10. на научно-технической конференции “Инновации в радиотехнических информационно-телекоммуникационных технологиях” (Москва, Россия, 2007 г.).

Материалы диссертационных исследований опубликованы в 6 статьях в периодических научных изданиях ([?, ?, ?, ?, ?, ?, ?]), 2 докладах ([?, ?]), 11 публикациях в виде тезисов докладов ([?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?]) и 2 отчётах об опытно-конструкторских разработках ([?, ?]), 1 отчёте о научно-исследовательской разработке ([?]), 1 эскизном проекте об опытно-конструкторской разработке ([?]).

По своей структуре диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и приложений. Работа изложена на 179 странице машинописного текста, содержит 92 рисунка, 6 таблиц и список литературы из 0 наименований.

В главе 1 изложены результаты исследований алгоритма межспутниковых измерений. Проведён анализ взаимного движения навигационных спутников ГЛОНАСС, выбрана модель изменения параметров сигнала. Проведён синтез алгоритма измерения псевдодальности и скорости на заданный момент времени с использованием всех доступных измерений. Проведён анализ точности системы, численное моделирование её работы.

Глава 2 посвящена разработке блока быстрого поиска сигнала в системе межспутниковых измерений. Проведён расчёт необходимого количества процедур поиска сигнала и длительности времени его накопления. Разработана структура системы быстрого поиска сигнала БАМИ. Создана модификация известного алгоритма поиска с использованием дискретной свёртки в спектральной области, отличающейся тем, что решена проблема вычислительной избыточности алгоритма. Проведено численное моделирование работы алгоритма и получены его характеристики.

В главе 3 проведён статистический синтез алгоритма приёма навигационного сигнала с комбинированным законом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения. Осуществлён анализ точности работы данного алгоритма. Проведено численное моделирование его работы, получены его характеристики.

В главе 4 проведён синтез системы подавления нескольких узкополосных помех в форме трансверсального фильтра. Разработан прямой метод вычисления коэффициентов трансверсального фильтра, позволяющий отказаться от формирования корреляционной матрицы входного наблюдения. Проведено численное моделирование работы системы подавления при воздействии различного вида помех. Получены характеристики разработанной системы подавления помех.

В заключении подводятся итоги работы, перечисляются основные результаты и формулируются выводы.



В приложении I рассматривается теоретический анализ точности работы ФАП системы межспутниковых измерений.

В приложении II приведён анализ статистических характеристик дискриминаторов системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений.

В приложении III рассмотрено решение систем линейных уравнений методом сопряжённых градиентов.

В приложении IV приведён основной текст модели системы межспутниковых измерений.

В приложении V приведён основной текст модели системы быстрого поиска для системы межспутниковых измерений.

В приложении VI приведён основной текст модели системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений.

В приложении VII приведён основной текст модели системы подавления узкополосных помех, работающий совместно с системой совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений.

В приложении VIII приведены копии актов внедрения результатов исследования.

## **Личное участие**

Автором диссертации лично получены следующие результаты:

1. проведён синтез алгоритма измерений псевдодалности и скорости на заданный момент времени с использованием всех доступных измерений для системы БАМИ;
2. создана программа численного моделирования алгоритмов измерения параметров сигнала для системы межспутниковых измерений;
3. проведён анализ требуемого времени поиска сигнала системы межспутниковых измерений в блоке поиска, построенном на основе аппаратных корреляторов;
4. разработан алгоритм быстрого поиска сигнала системы межспутниковых измерений;

5. создана программа, позволяющая проводить численное моделирование работы блока быстрого поиска сигнала;
6. создан блок быстрого поиска сигнала в программном приёмнике;
7. проведён синтез оптимального алгоритма приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, включающим навигационное и телеметрическое сообщения;
8. создано программное обеспечение для численного моделирования синтезированного алгоритма приёма сигнала с комбинированной модуляцией;
9. разработан алгоритм быстрого вычисления коэффициентов трансверсального фильтра;
10. создано программное обеспечение для численного моделирования системы подавления узкополосных помех;
11. разработано программно-математическое обеспечение блока вычисления коэффициентов для макета системы подавления узкополосных помех.

Постановка задачи синтеза алгоритмов обработки сигналов в системе межспутниковых измерений была выполнена совместно с научным руководителем А. И. Перовым.

Создание программного и аппаратного обеспечения для экспериментального исследования характеристик обнаружителя сигнала проведено совместно с А. А. Перовым и А. Ю. Шатиловым.

Постановка задачи оптимального синтеза алгоритма приёма совмещённого сигнала выполнена совместно с А. И. Перовым.

Постановка задачи и синтез системы подавления помех выполнена совместно с А. И. Перовым. Создание макета системы подавления помех выполнено А. В. Шуваловым. Написание программного обеспечения макета выполнено совместно с А. В. Шуваловым и А. А. Перовым.

## **Благодарности**

Автор выражает свою благодарность научному руководителю - Перову А. И. за неоценимую помощь и важные замечания в процессе работы над диссертацией, коллективу кафедры РТС МЭИ (ТУ) за поддержку во время учёбы в аспирантуре. Также благодарность выражается сотрудникам Учебно-исследовательского центра “Современные радиоэлектронные и телекоммуникационные технологии” Шатилову А. Ю., Перову А. А. и Шувалову А. В. за помощь в процессе работы по реализации разрабатываемых алгоритмов. Хотелось также поблагодарить супругу Людмилу за проявленное терпение.

# 1. Синтез алгоритмов межспутниковых измерений в системе ГЛОНАСС

Данный раздел посвящён синтезу и исследованию алгоритмов оценки параметров сигнала в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений в системе ГЛОНАСС.

## 1.1. Краткое описание системы межспутниковых измерений

Система ГЛОНАСС должна содержать 24 навигационных спутника [?]. Каждый спутник будет оборудован бортовой аппаратурой межспутниковых измерений (БАМИ). Данная система должна автономно осуществлять измерения взаимных расстояний и скоростей между спутниками группировки. Эти данные далее будут использованы бортовым вычислительным комплексом для внесения поправок в эфемеридную информацию, используемую для формирования навигационного сигнала. Описание системы БАМИ можно найти в [?, с. 448].

В системе БАМИ все спутники группировки разделены на 4 группы. Полный цикл работы системы составляет 20 с и разделён на 4 интервала по 5 с. Каждый интервал цикла выделен для работы одной из групп спутников.

На одном 5-секундном интервале одновременно на передачу работают 6 спутников. Разделение сигналов между спутниками одной группы - кодовое, то есть каждый сигнал использует свой уникальный дальномерный код при формировании сигнала. Кроме того, сигналы имеют частотное разделение, они разнесены по частоте с шагом 250 кГц.

### 1.1.1. Структура сигнала системы БАМИ

Для осуществления межспутниковых измерений используются сигналы с несущей частотой около 2.2 ГГц. Сигналы используют двухуровневую

фазовую манипуляцию (ФМ2). Для осуществления высокоточных измерений задержки сигнала помимо некоторого сообщения, сигнал модулируется дальномерным кодом, представляющим собой некоторую псевдослучайную последовательность.

Диаграмма работы приёмника системы БАМИ изображена на рисунке 1.1.

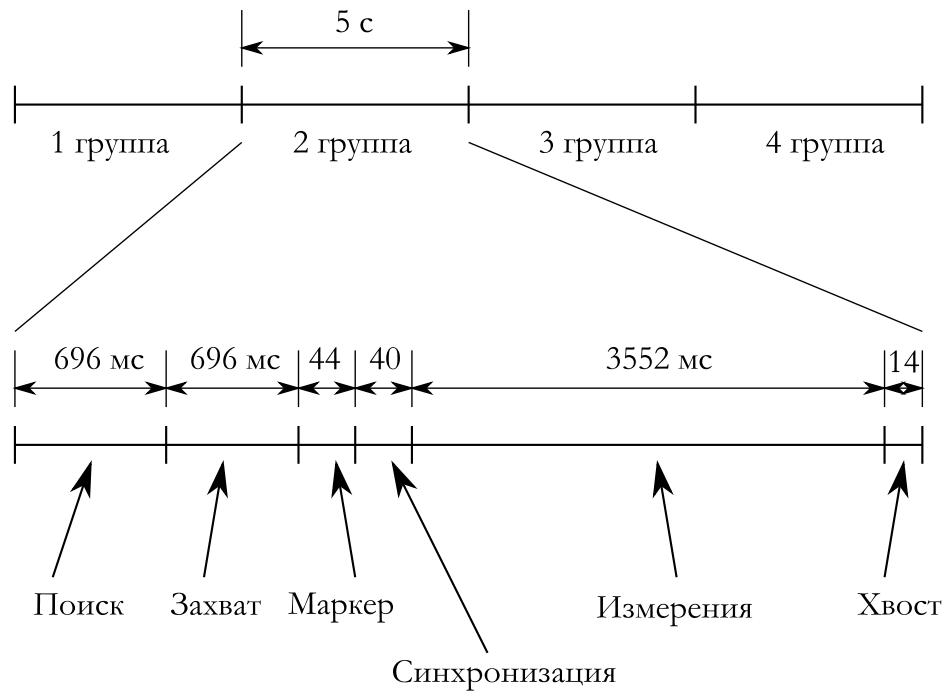


Рис. 1.1: Временная диаграмма работы приёмника системы БАМИ

Работу системы БАМИ можно разделить на два этапа.

- Первый этап - преамбула. На данном этапе решаются следующие задачи:
  - осуществляется поиск сигнала;
  - осуществляется захват сигнала на слежение;
  - обнаруживается маркер.

С целью упрощения задачи поиска сигнал на данном этапе не содержит модуляции сообщением, осуществляется модуляция только дальномерным кодом. На данном этапе в качестве дальномерного кода используется специальная псевдослучайная последовательность - ПСП-О, представляющая собой М-последовательность длиной 4095 сим-

волов, циклически повторяемая. Символьная скорость данной ПСП составляет 1,3 МГц, период ПСП равен 3,15 мс.

В конце данного интервала сигнал кроме ПСП промодулирован маркером, представляющим собой 13-позиционный код Баркера, дополненный уравнивающим нулём. Таким образом, длина маркера составляет 14 символов. Длительность символа маркера равна 3,15 мс, причём маркер синхронизирован с ПСП-О. Цель введения маркера - обозначить конец преамбулы сигнала.

- После обнаружения маркера начинается этап измерений. На данном этапе решаются следующие задачи:
  - осуществляется измерение псевдодальности и доплеровского смещения частоты сигнала;
  - осуществляется приём передаваемой в сигнале полезной информации.

На интервале измерений для формирования сигнала используется другая псевдослучайная последовательность - ПСП-В. Данная последовательность не периодична, символьная скорость составляет 5,2 МГц.

Интервал измерений состоит из трёх частей.

- Первая часть - служебная, предназначена для синхронизации работы системы с новым дальномерным кодом. Передача сообщения не происходит. Длительность данного этапа составляет 40 мс.
- Вторая часть - основная, на которой происходят измерения и приём полезной информации. Длительность этой части составляет 3552 мс. Символьная скорость составляет 1 кБит/с, передаётся 3552 бит информации.
- Последняя часть - хвост длиной 14 мс. Информация не передаётся.

В рабочем режиме системы БАМИ к началу каждого нового цикла работы на основании альманаха движения навигационных спутников формируется целеуказание по частоте и задержке сигнала. Эти данные используются для упрощения процедуры поиска сигнала.

Рассмотрение этапа захвата на слежение и обнаружения маркера не входит в данную диссертацию.

### 1.1.2. Требования к системе БАМИ

В результате приёма и обработки спутникового сигнала должна быть сформирована оценка псевдодальности и доплеровского смещения частоты, привязанная к 3 секунде от начала интервала измерений.

В соответствии заданием погрешность оценки параметров не должна превышать:

- по псевдодальности:
  - систематическая: 0.4 м (1.33 нс);
  - случайная (среднеквадратическое значение): 0.3 м (0.9 нс);
- по доплеровскому сдвигу частоты:
  - систематическая: 0.007 Гц (1 мм/с);
  - случайная (среднеквадратическое значение): 0.022 Гц (3 мм/с).

Указанная точность измерений должна быть достигнута при отношении сигнала к спектральной плотности шума  $q_{c/n_0} = 38$  дБГц.

В соответствии с заданием на начало этапа измерений системы БАМИ в рабочем режиме параметры сигнала известны с точностью:

- по частоте:  $\sigma_f = 1$  Гц ( $\pm 0.14$  м/с);
- по задержке:  $\sigma_\tau = \pm 767$  нс ( $\sigma_\tau = 23$  м).

### 1.1.3. Анализ взаимного движения навигационных спутников

Спутники системы ГЛОНАСС расположены на трёх орбитальных плоскостях с наклоном  $64,8^\circ$ . Схематично спутниковая группировка изображена на рисунке 1.2.

Орбитальные плоскости разнесены по долготе восходящего узла на  $120^\circ$ . На каждой орбитальной плоскости при полном созвездии должно находиться 8 спутников ГЛОНАСС. Номинальный сдвиг между спутниками по истинной аномалии равен  $45^\circ$ . Сдвиг между спутниками в соседних плоскостях по истинной аномалии составляет  $15^\circ$ . Орбиты движения спутников близки к круговым, номинальная высота орбиты 19100 км (над уровнем Земли). Интервал повторяемости движения спутников составляет 17 витков за 7 суток 23 часа 27 минут 28 секунд.

С использованием этих данных построена численная математическая модель номинального движения спутников ГЛОНАСС. Данная модель использована для анализа взаимного движения навигационных спутников.

В данной модели движения спутники №№1-8 находятся в первой орбитальной плоскости, спутники №№8-16 - во второй и №№17-24 - в третьей. Оче-

видно, что в модели номинального движения расстояния между спутниками, находящимися в одной орбитальной плоскости, не меняются во времени. Поэтому интерес представляет взаимное движение спутников, находящихся в различных орбитальных плоскостях.

Для примера на рисунке 1.3 изображена зависимость расстояния между спутником №1 из первой орбитальной плоскости и спутниками из второй орбитальной плоскости. Данная зависимость позволяет оценить динамический диапазон мощности приходящих сигналов. Максимальное расстояние между спутниками достигает 51 тыс. км, в то время как минимальное расстояние 1.2 тыс. км. Таким образом, диапазон изменения мощности

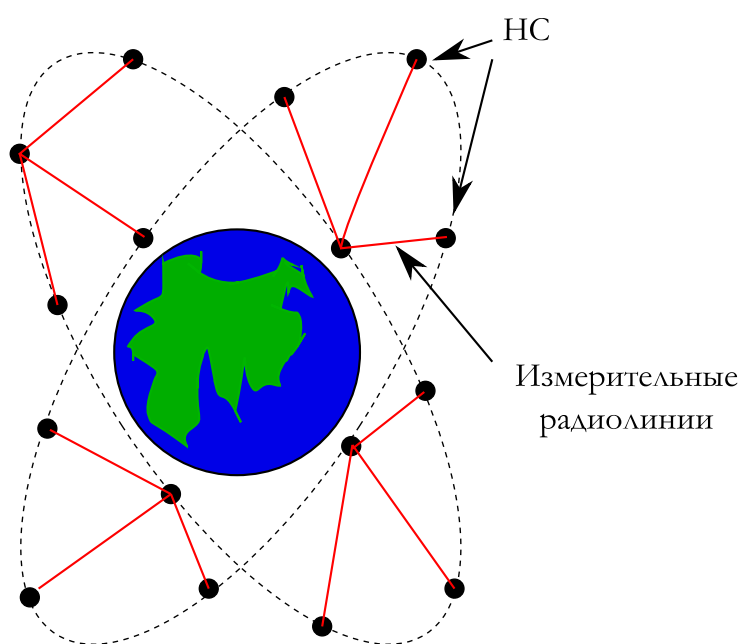


Рис. 1.2: Спутниковая группировка ГЛОНАСС



сигнала достигает 33 дБ. В реальности движение спутников может отличаться от номинального, поэтому минимальное расстояние может быть ещё меньше. Таким образом, динамический диапазон входного сигнала очень велик. Система не может устойчиво работать при очень большом динамиче-

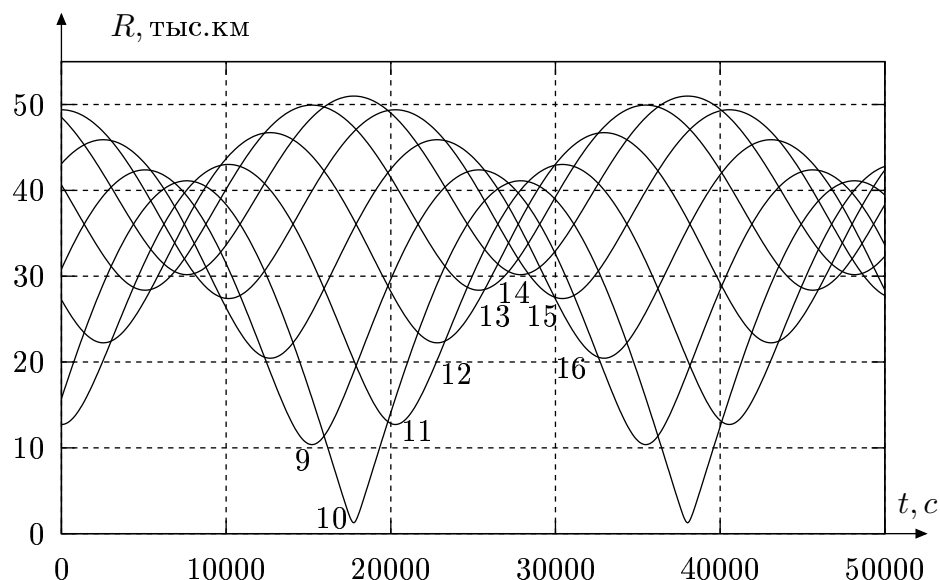


Рис. 1.3: Зависимость расстояния между спутником №1 и спутниками №№9-16 от времени.

ском диапазоне сигнала, поэтому циклограмма работы системы подобрана таким образом, что участки сильного сближения аппаратов исключаются из работы. В результате рабочий динамический диапазон сигналов, при котором требуется обеспечить заданную точность, в задании на построение системы ограничен величиной 20 дБ.

На рисунке 1.4 изображена зависимость взаимной скорости сближения между спутником №1 и спутниками из второй орбитальной плоскости. Из данного рисунка видно, что максимальная взаимная скорость по модулю достигает 6.2 км/с, что ограничивает диапазон доплеровского сдвига частоты  $\pm 46$  кГц.

На рисунке 1.5 изображена зависимость взаимного ускорения сближения между спутником №1 и спутниками из второй орбитальной плоскости. Максимальное взаимное ускорение достигается в участках траектории, соответствующих минимальному расстоянию между спутниками. Рабочий участок траектории ограничен, поэтому ограничено и максимальное взаимное ускорение. Величина максимального взаимного ускорения принята

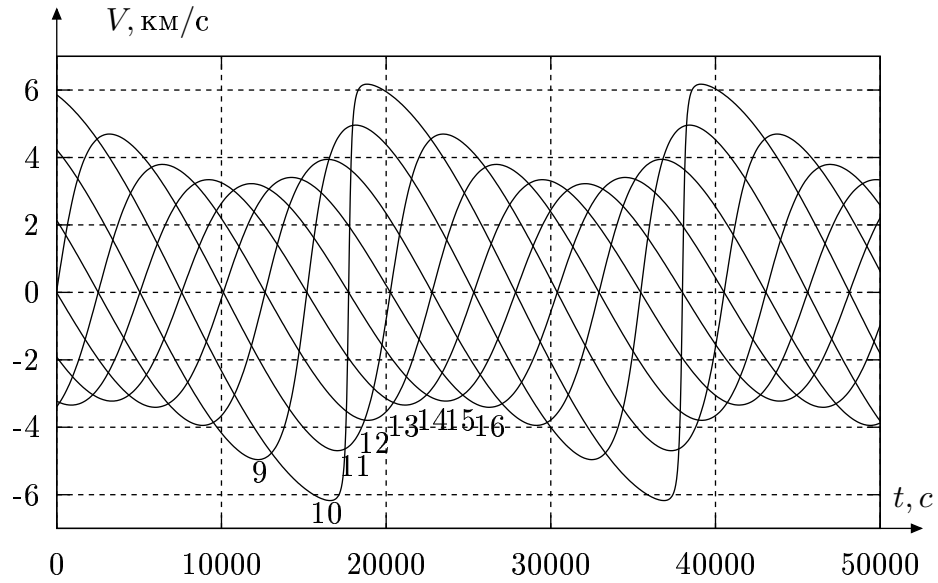


Рис. 1.4: Зависимость взаимной скорости сближения между спутником №1 и спутниками №№9-16 от времени.

равной  $a_{max} = 3.9 \text{ м/с}^2$ .

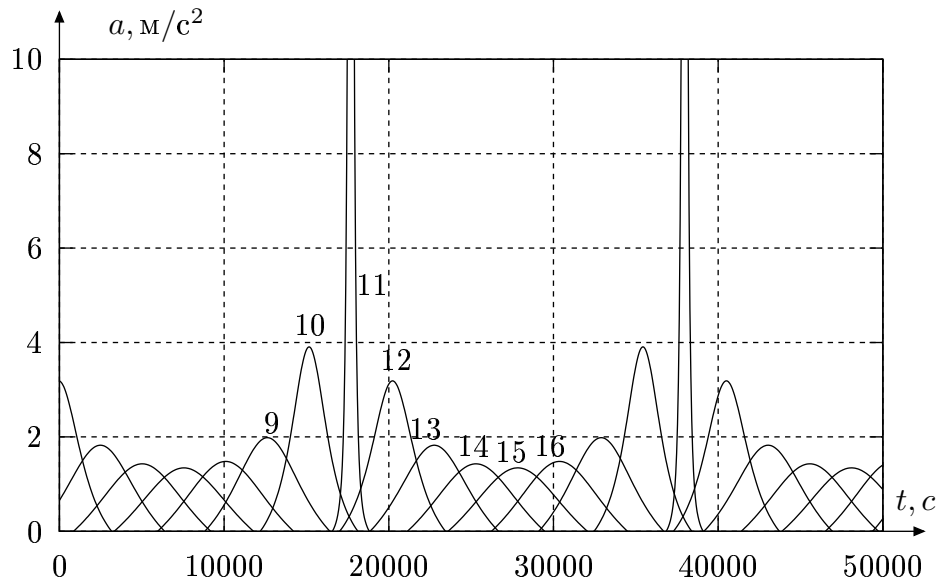


Рис. 1.5: Зависимость взаимного ускорения сближения между спутником №1 и спутниками №№9-16 от времени.

Дополнительно рассчитана зависимость производной ускорения от времени, в результате чего показано, что максимальное значение производной ускорения достигает  $a'_{max} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^3$ . Длительность одного сеанса связи в системе БАМИ не превышает  $T_{изм} = 5 \text{ с}$ . Изменение расстояния между спутниками за это время можно аппроксимировать полиномом.

Оценим порядок этого полинома. Для этого оценим вклад в изменение расстояния, вносимый производной ускорения:

$$\Delta_R = a'_{max} \frac{T_{\text{ИЗМ}}^3}{6} = 0.005 \text{ м.}$$

Таким образом, отсутствие учёта производной ускорения при аппроксимации реальной зависимости взаимного расстояния от времени приведёт к ошибке аппроксимации не более  $\Delta_R = 0.005$  м. Учитывая то, что требуемая точность оценки псевдодальности составляет 0.3 м, данной величиной можно пренебречь. При пересчёте в фазу сигнала ошибка составляет  $7^\circ$ , что существенно меньше апертуры фазового дискриминатора ( $\pm\pi/2$ ), поэтому ошибкой по фазе также можно пренебречь.

Рассчитаем вклад в изменение расстояния на рассматриваемом интервале времени за счёт взаимного ускорения:

$$\Delta_R = a_{max} \frac{T_{\text{ИЗМ}}^2}{2} \approx 48 \text{ м.}$$

Таким образом, отсутствие учёта ускорения в модели движения приведёт к ошибке аппроксимации, достигающей  $\Delta_R = 48$  м, что составляет 2246 рад при пересчёте в фазу сигнала. Очевидно, что такой большой величиной пренебрегать нельзя.

В результате, принимается аппроксимация входного воздействия на интервале измерений в виде полинома второго порядка:

$$R(t) = R_0 + V_0 \cdot t + a_0 \frac{t^2}{2}. \quad (1.1)$$

Данная модель изменения псевдодальности будет использована при синтезе сглаживающих фильтров, которые работают на длительности всего интервала измерений.

Рассмотрим, кроме того, возможность упрощения модели входного процесса на длительности интервала накопления  $T$  в корреляторе, составляющую 1 мс. Вклад взаимного ускорения на длительности интервала накопления сигнала составит:

$$\Delta_{R,a} = a_{max} \frac{T^2}{2} \approx 1.9 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Вклад линейной составляющей процесса на длительности интервала накопления равен:

$$\Delta_{R,V} = V_{max} \cdot T = 6.1\text{ м.}$$

Малый вклад взаимного ускорения в модели движения на длительности интервала накопления (1.9 мкм или  $5 \cdot 10^{-3}^\circ$ ) позволяет не учитывать параболическую составляющую процесса при формировании опорного сигнала в дискриминаторах. Однако линейная составляющая процесса (6.1 м соответствуют  $1.6 \cdot 10^4^\circ$ ) велика по сравнению с апертурой фазового дискриминатора, поэтому при формировании опорного сигнала фазового дискриминатора необходимо использовать линейную модель фазы (фаза сигнала пропорциональна псевдодальности). В системе слежения за задержкой можно использовать аппроксимацию нулевого порядка, потому что ошибка 6 м невелика по сравнению с апертурой дискриминатора задержки (60 м) (задержка сигнала также пропорциональна псевдодальности).

## 1.2. Синтез оптимальных алгоритмов оценки параметров сигнала

Приёмник системы БАМИ имеет структуру, традиционную для обычных приёмников СРНС. Основу приёмника составляет коррелятор. Структура приёмника изображена на рисунке 1.6.

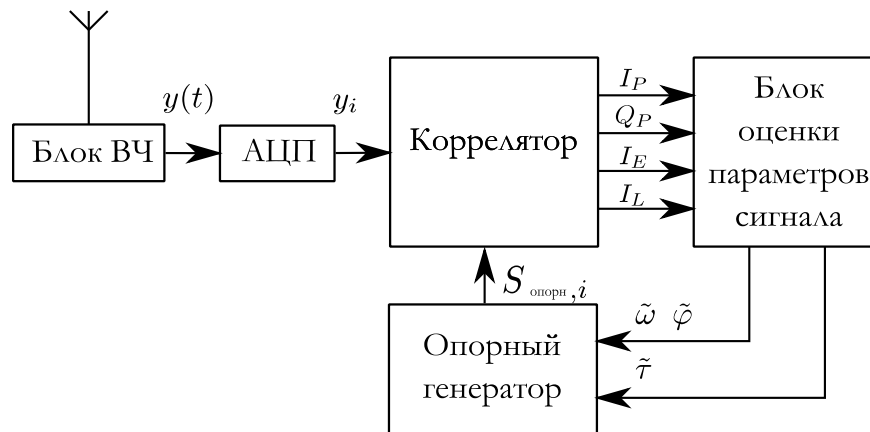


Рис. 1.6: Структура приёмника системы БАМИ

Блок оценки параметров сигнала предназначен для измерения псевдодальности и взаимной скорости на требуемый момент времени с исполь-

зованием всех доступных измерений. Учитывая то, что измерения доступны на определённом ограниченном интервале времени, а момент, для которого необходимо получить оценку параметров, находится внутри интервала измерений, блок оценки параметров должен:

- осуществлять оценку псевдодальности и взаимной скорости на текущий момент времени;
- интерполировать получаемые оценки параметров на заданный момент времени.

В данном разделе рассматривается синтез систем слежения за фазой и задержкой сигнала, формирующие текущую оценку параметров. Синтез блока интерполяции рассмотрен в разделе 1.3.

Входной сигнал представляет собой функцию случайных параметров. Параметры сигнала являются медленно меняющимися процессами. Сигнал наблюдается на фоне белого гауссовского шума. Бортовая аппаратура межспутниковых измерений должна формировать оценку неизвестных параметров сигнала с максимальной точностью. В связи с этим синтез следящих систем будет проводиться на основе теории оптимальной нелинейной фильтрации.

### 1.2.1. Выбор структуры следящих систем

Приёмная аппаратура позволяет оценивать задержку по функции модуляции сигнала и параметры его синусоидального заполнения. Между получаемыми параметрами - фазой и псевдозадержкой существует определённая связь, описываемая выражением:

$$\varphi_i = \omega_0 \cdot \tau_i,$$

где  $\varphi_i$  - псевдофаза сигнала,  $\tau_i$  - псевдозадержка сигнала,  $\omega_0$  - несущая частота сигнала. Наиболее точные результаты можно получить, учитывая всю имеющуюся информацию о входном процессе, и, в частности, данное выражение. Возможно создание системы, в которой фаза и задержка сигнала будет описываться единым параметром. Однако использование такого

подхода приведёт к сложным алгоритмам обработки и используется не во всех случаях. Причина этого кроется в проблеме неоднозначности фазовых измерений. Фазовые измерения неоднозначны с периодом  $2\pi$ . Существует множество алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности, например, [?]. Однако использование подобных алгоритмов ограничено применениями навигационных приёмников в геодезии, потому что требует длительного времени анализа входного сигнала.

Существует другой подход к учёту взаимосвязи фазы и задержки сигнала. Данную связь можно выразить через производные этих параметров. Система слежения за фазой оценивает доплеровское смещение частоты сигнала без какой-либо неоднозначности, а доплеровское смещение частоты пропорционально взаимной скорости:

$$\omega_{\text{доп},i} = \frac{\omega_0}{c} \cdot V_i.$$

Таким образом, можно связать следящие системы по оценке скорости. Из [?, с. 162] известно, что точность работы системы слежения за фазой существенно превышает точность работы системы слежения за задержкой, поэтому передавать информацию от ССЗ к ФАП не имеет смысла. В результате принято решение использовать в приёмнике БАМИ две следящих системы: автономную систему ФАП и комплексную ССЗ, на вход которой будут поступать данные двух видов: процесс с выхода дискриминатора задержки и информация о скорости с кольца ФАП.

### 1.2.2. Методика синтеза следящих систем

Строгое решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации не известно, поэтому для синтеза следящих систем используют различные приближённые решения, наиболее часто - гауссовскую аппроксимацию апостериорной плотности вероятности (АПВ). Из [?] известно, что при использовании гауссовского приближения АПВ в теории оптимальной фильтрации приводит к синтезу следящей системы, обобщённая структура которой приведена на рисунке 1.7 (обозначения:  $y(t_i, \lambda_i)$  - входной сигнал,  $u_{\text{дл},k}$  - процесс на выходе дискриминатора,  $\lambda$  - оцениваемый параметр сигнала,  $\hat{\lambda}_k$

- апостериорная оценка параметра,  $\tilde{\lambda}_k$  - экстраполированная оценка параметра,  $u_{\text{оп}}(t_i, \tilde{\lambda}_i$  - опорный сигнал).

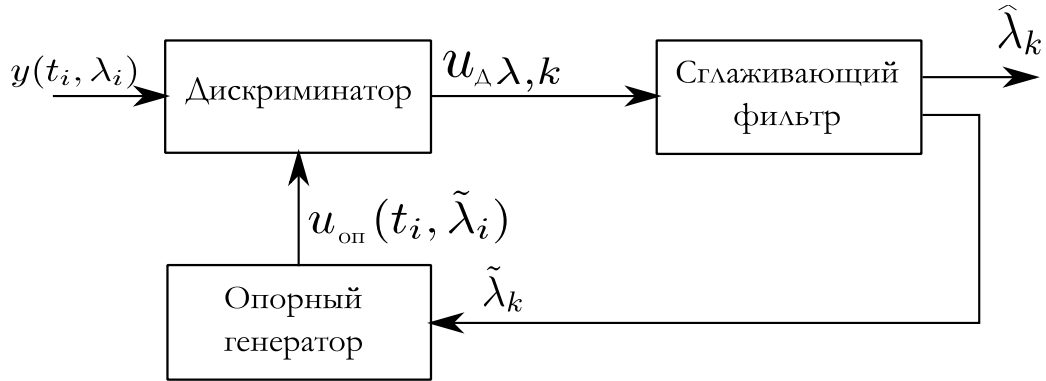


Рис. 1.7: Обобщённая следящая система

Синтез такой системы возможен с использованием аппарата калмановско-винеровской фильтрации [?]. Однако данная теория приводит к сложно реализуемым алгоритмам фильтрации [?]. Существует альтернатива в виде синтеза системы с использованием группирования измерений [?]. Данная методика заключается в объединении поступающих данных в блоки определённой длительности. Внутри такого блока информативный процесс аппроксимируется квазислучайным процессом, т. е. процессом детерминированной структуры, содержащим конечное число случайных параметров, таких, как фаза, частота или задержка. Изменение этих параметров между соседними интервалами времени описывается марковским процессом. Из анализа взаимного движения была получена модель изменения псевдодальности в виде полинома второго порядка (1.1), которая может быть представлена в виде частного случая марковского процесса, что обуславливает правомерность использования подобной модели при синтезе.

Данная методика приводит к синтезу схемы, основой которой является дискриминатор, на один вход которого поступают отсчёты входного сигнала  $y(t_i, \lambda_i)$ , на другой - опорный сигнал, сформированный для текущего момента времени  $t_i$  на основе экстраполированных оценок параметров  $\tilde{\lambda}_i$ . Дискриминатор - устройство, формирующее на выходе сигнал, пропорциональный рассогласованию истинного и оценочного значения параметров  $\delta\lambda_i = \lambda_i - \tilde{\lambda}_i$ . В теории оптимальной фильтрации при приёме сигнала на фоне гауссовского шума процесс на выходе дискриминатора определяется

выражением:

$$u_{\text{Д}\lambda,k} = \left( \frac{\partial \ln f \left( \mathbf{Y}_{k-1,0}^{k-1,M-1}, \vec{\lambda} \right)}{\partial \lambda} \right) \Big|_{\lambda=\vec{\lambda}_k}, \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{Y}_{k-1,0}^{k-1,M-1} = \{y_{k-1,0}, y_{k-1,1}, \dots, y_{k-1,M-1}\}$  - отрезок реализации наблюдений на интервале времени  $[t_{k-1,0}; t_{k,0}]$  (длительностью  $T$ ),  $f \left( \mathbf{Y}_{k-1,0}^{k-1,M-1}, \lambda \right)$  - функция от наблюдаемого отрезка реализации  $\mathbf{Y}_{k-1,0}^{k-1,M-1}$  и оцениваемого параметра сигнала  $\lambda$ , который на интервале времени  $T$  полагается неизменным,  $t_{k,i} = k \cdot T + i \cdot T_{\text{Д}}$ , где  $T$  - интервал накопления сигнала,  $T_{\text{Д}}$  - интервал дискретизации сигнала,  $i \in [0; M - 1]$ ,  $M = T/T_{\text{Д}}$  - количество отсчётов на интервале дискретизации. На рисунке 1.8 изображена двойная шкала времени, описывающая соседние интервалы накопления сигнала в корреляторе. Моменты времени, соответствующие границам интервалов накопления (при  $i = 0$ ) далее для краткости будут обозначаться  $t_k = t_{k,0}$ .

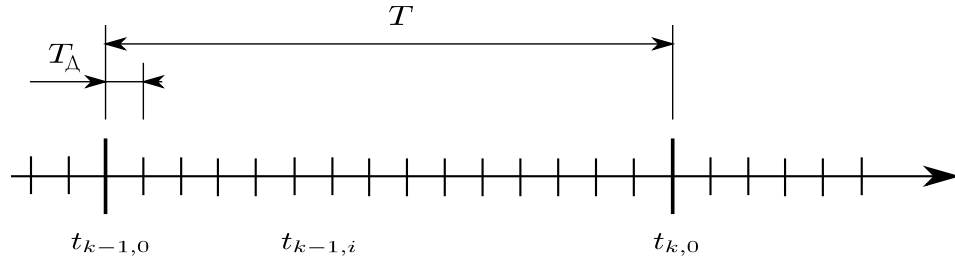


Рис. 1.8: Двойная нумерация шкалы времени

Учитывая то, что информативные параметры  $\lambda$  полагаются постоянными на интервале времени  $[t_{k-1}; t_{k,0}]$ , считаем, что эти параметры изменяются в моменты времени  $t_{k-1}$  и описываются уравнениями:

$$\vec{\lambda}_k = \mathbf{C}\vec{x}_k, \quad \vec{x}_k = \mathbf{F}\vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}\vec{\xi}_{k-1}, \quad (1.3)$$

где  $\vec{\xi}_{k-1}$  - отсчёты дискретного белого гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\mathbf{D}_{\xi}$ ;  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{G}$  - матрицы соответствующих размеров. Следует ещё раз отметить, что данная модель является обобщением описания информативного процесса в виде полинома (1.1), который может быть получен путём устремления дисперсии отсчётов формирующего белого шума к нулю:  $\mathbf{D}_{\xi} \rightarrow 0$ . Использование модели



с нулевой дисперсией формирующего шума приведёт к тому, что в конце концов коэффициенты следящей системы также устремятся к нулю [?] и кольцо слежения разомкнётся. Учитывая то, что модель (1.1) является лишь аппроксимацией реального процесса, в реальной системе размыкание цепи обратной связи приведёт к нарастанию ошибок за счёт различных неучтённых факторов [?]. Исправить ситуацию может описание в виде марковского процесса вида (1.3), где первое слагаемое описывает основное квазидетерминированное изменение параметров (1.1), а формирующий шум учитывает прочие факторы, как случайные.

При полностью известной сигнальной функции и неизвестном значении параметров  $\vec{\lambda}$  функция  $f(\mathbf{Y}_0^{M-1})$  представляет собой функцию правдоподобия отрезка реализации  $\mathbf{Y}_0^{M-1}$  [?]:

$$p(\mathbf{Y}_0^{M-1} | \vec{\lambda}) = c \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}, \vec{\lambda}) s(t_{k-1,i}) \right\} \quad (1.4)$$

### 1.2.3. Постановка задачи синтеза

На вход системы обработки сигнала поступает наблюдение вида:

$$y(t_{k-1,i}) = s(t_{k-1,i}) + n_{k-1,i}, \quad (1.5)$$

где  $n_{k-1,i}$  - аддитивный дискретный белый гауссовский шум с дисперсией  $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2 \cdot T_D}$ ,  $N_0$  - односторонняя спектральная плотность тепловых шумов приёмного устройства,  $s(t_{k-1,i})$  - полезный сигнал вида:

$$s(t_{k-1,i}) = A \cdot G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_{k-1,i}) G_{C,k-1} \cos(\omega_0 \cdot t_{k-1,i} + \varphi_{k-1,i}), \quad (1.6)$$

где  $A$  - амплитуда сигнала,  $G_{\text{ДК}}(t)$  - дальномерный код, представляющий собой известную функцию, принимающую значения  $\pm 1$ ,  $G_{C,k-1}$  - модуляция сигнала сообщением - неизвестная функция, принимающая случайные значения  $\pm 1$  с равной вероятностью, меняющая значения в моменты времени  $t_{k-1,0}$ ,  $\omega_0$  - промежуточная частота,  $\tau_{k-1,i}$  - задержка сигнала,  $\varphi_{k-1,i} = \omega_{k-1} i T_D + \varphi_{k-1}$  - фаза сигнала.

В соответствии с методикой, описанной в разделе 1.2.2, параметры сигнала на длительности интервала  $T$  ( $t \in [t_{k-1}; t_k]$ ) описываются квазидетерминированными процессами. В разделе 1.1.3 показано, что при синтезе

системы ССЗ задержку сигнала на длительности интервала накопления допустимо аппроксимировать полиномом нулевого порядка:

$$\tau_{k-1,i} = \tau_{k-1}; \quad (1.7)$$

Задержка в данной модели меняет своё значение в моменты времени  $t_{k,0}$  и описывается в виде компоненты многомерного марковского процесса [?]:

$$\vec{x}_{\tau,k-1} = \begin{bmatrix} \tau_{k-1} \\ \tau'_{k-1} \\ \tau''_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

$$\vec{x}_{\tau,k-1} = \mathbf{F}\vec{x}_{\tau,k-2} + \mathbf{G} \cdot \xi_{\tau,k-1},$$

где  $\xi_{\tau,k-1}$  - формирующий дискретный белый гауссовский шум, дисперсия которого будет определена путём численного моделирования. Матрицы

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix}.$$

В разделе 1.1.3 показано, что фазу сигнала на длительности интервала накопления необходимо аппроксимировать полиномом 2 порядка:

$$\varphi_{k-1,i} = \varphi_{k-1} + \omega_{k-1} \cdot T_{Д}i; \quad (1.9)$$

Параметры этого полинома меняют свои значения в моменты времени  $t_{k,0}$  и описываются в виде компонент многомерного марковского процесса:

$$\vec{x}_{\varphi,k-1} = \begin{bmatrix} \varphi_{k-1} \\ \omega_{k-1} \\ \omega'_{k-1} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$\vec{x}_{\varphi,k-1} = \mathbf{F}\vec{x}_{\varphi,k-2} + \mathbf{G} \cdot \xi_{\varphi,k-1},$$

$\xi_{\varphi,k-1}$  - формирующий дискретный белый гауссовский шум, ориентировочное значение которого будет определено путём численного моделирования работы системы.

Требуется сформировать оценки параметров  $\tau_{k-1}$  и  $\varphi_{k-1}$  с наименьшим среднеквадратическим значением ошибки.

## 1.2.4. Синтез алгоритма слежения за фазой сигнала

### Фазовый дискриминатор

Синтез фазового дискриминатора для задач приёма навигационного сигнала, аналогичных рассматриваемой задаче известен, с ним можно ознакомиться в [?] или в [?]. Опишем кратко синтез дискриминатора.

Рассмотрим интервал времени  $t \in [t_{k-1}; t_k]$  и будем полагать, что задача оценки задержки сигнала уже решена на предыдущем шаге, и существует оценка соответствующих параметров:  $\tilde{\tau}_{k-1}$ ,  $\tilde{\tau}'_{k-1}$ ,  $\tilde{\tau}''_{k-1}$ . С прошлого шага известна экстраполированная оценка частоты сигнала  $\omega_{k-1}$ . Амплитуда сигнала оценивается системой оценки амплитуды, которая не рассматривается в данной работе.

Кроме фазы и задержки, сигнал содержит ещё один неизвестный параметр - передаваемое двоичное сообщение  $G_{C,k-1}$ . Для формирования фазового дискриминатора необходимо усреднить функцию правдоподобия (1.4) по значениям символа [?]:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}_0^{M-1} | \varphi_{k-1}) &= \\ &= p_{\text{ap}}(G_{C,k-1} = 1) p(\mathbf{Y}_0^{M-1} | \varphi_{k-1}, G_{C,k-1}) + \\ &+ p_{\text{ap}}(G_{C,k-1} = -1) p(\mathbf{Y}_0^{M-1} | \varphi_{k-1}, G_{C,k-1}) = \\ &= \tilde{c} \left[ \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) s(t_{k-1,i}, G_{C,k-1} = 1) \right\} + \right. \\ &\left. + \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) s(t_{k-1,i}, G_{C,k-1} = -1) \right\} \right] \end{aligned}$$

Учитывая то, как входит функция модуляции сообщения в сигнал (1.6), сумму экспонент можно свести к гиперболическому косинусу:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}_0^{M-1} | \varphi_{k-1}, \omega_{k-1}, \omega'_{k-1}) &= \\ &= c_1 \operatorname{ch} \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) s(t_{k-1,i}, G_{C,k-1} = 1) \right\} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Подставляя выражение (1.11) в обобщённое выражение процесса на выходе дискриминатора (1.2) и производя дифференцирование по фазе, получим:

$$u_{\text{ДФ},k} = -\text{th} \left( I_k \left( \vec{\lambda} \right) \right) \left( Q_k \left( \vec{\lambda} \right) \right)^T \Big|_{\vec{\lambda} = \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{k-1} & \tilde{\omega}_{k-1} & \tilde{\omega}'_{k-1} \end{pmatrix}}, \quad (1.12)$$

где

$$I_k \left( \vec{\lambda} \right) = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}, \tilde{\tau}_{k-1,i}) \cos(\omega_{\text{П}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_{k-1,i}), \quad (1.13)$$

$$Q_k \left( \vec{\lambda} \right) = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}, \tilde{\tau}_{k-1,i}) \sin(\omega_{\text{П}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_{k-1,i}),$$

$\tilde{\varphi}_{k-1,i}$  и  $\tilde{\tau}_{k-1,i}$  - экстраполированные значения фазы и задержки сигнала ((1.7) - (1.9)).

При больших значениях  $x$  функция гипертангенса  $\text{th}(x)$  приближённо равна:

$$\text{th}(x) \approx \text{sign}(x),$$

где  $\text{sign}(x)$  - знаковая функция. При малых значениях  $x$  функция гиперболического тангенса приближённо равна:

$$\text{th}(x) \approx x.$$

В зависимости от отношения сигнал/шум можно использовать то или иное приближение, чтобы избежать расчёта функции  $\text{th}(x)$  в аппаратуре. Для того, чтобы определиться с аппроксимацией функции  $\text{th}(x)$ , рассмотрим статистические характеристики составляющей  $I_k$ , которая находится под знаком этой функции в выражении (1.12). Из [?] следует, что полезная составляющая  $I_k$  равна:

$$\bar{I}_k = 2q_{c/n_0} T G_{C,k-1} \cos(\varepsilon_{\varphi,k-1} + \varepsilon_{\omega,k-1} T/2) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k-1} T/2),$$

где  $\varepsilon_{\varphi,k-1} = \varphi_{k-1} - \tilde{\varphi}_{k-1}$  - ошибка оценки фазы,  $\varepsilon_{\omega,k-1} = \omega_{k-1} - \tilde{\omega}_{k-1}$  - ошибка оценки частоты. Учитывая то, что  $2q_{c/n_0} T \approx 5 \gg 1$ , можно считать, что отношение сигнал/шум высокое. Исходя из этого, в дальнейшем будет использоваться аппроксимация  $\text{th}(x) \approx \text{sign}(x)$ .

На рисунке 1.9 изображена структура фазового дискриминатора. Данный дискриминатор содержит два квадратурных канала, что вызвано необходимостью работать с сигналом, который имеет модуляцию бинарным сообщением.

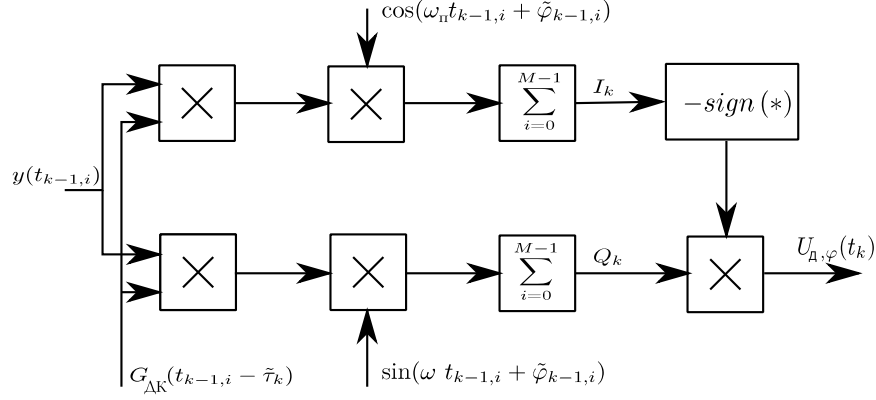


Рис. 1.9: Структура фазового дискриминатора

## Статистические характеристики фазового дискриминатора

Под статистическими характеристиками дискриминатора по параметру  $\lambda$  понимают дискриминационную характеристику  $U(\varepsilon_\lambda) = M[u_{D,k}]$  и флуктуационную характеристику  $D_\lambda = M[(u_{D,k} - U(\varepsilon_\lambda))^2]_{\varepsilon_\lambda=0}$ , где  $\varepsilon_\lambda = \lambda - \tilde{\lambda}$ .

Рассматриваемый фазовый дискриминатор имеет следующие статистические характеристики [?]:

$$U_{D\varphi,k} = 2q_c/n_0 T \rho(\varepsilon_{\tau,k-1}) \sin(\varepsilon_{\varphi,k-1} + \varepsilon_{\omega,k-1} T/2) \operatorname{sinc}(\varepsilon_{\omega,k-1} T/2), \quad (1.14)$$

$$D_\varphi = 2q_c/n_0 T, \quad (1.15)$$

где  $\varepsilon_{\tau,k-1} = \tau_{k-1} - \tilde{\tau}_{k-1}$  - ошибка оценки задержки,  $\rho(\varepsilon_{\tau,k-1})$  - автокорреляционная функция дальномерного кода сигнала.

## Синтез сглаживающего фильтра системы ФАП

Для синтеза сглаживающего фильтра ФАП можно использовать линейризованную дискриминационную характеристику фазового дискрими-

натора:

$$U_{\text{Д}\varphi,k} = S_{\text{Д}\varphi} (\varphi_k - \tilde{\varphi}_k) + \eta_{\varphi,k}, \quad (1.16)$$

где  $\eta_{\varphi,k}$  - ДБГШ с дисперсией (1.15), а  $S_{\text{Д}\varphi}$  - крутизна фазового дискриминатора, определяемая, как производная по фазе от выражения (1.14) при нулевых ошибках по всем остальным параметрам:

$$S_{\text{Д}\varphi} = 2q_{c/n_0}T.$$

Введём эквивалентные линеаризованные наблюдения:

$$\tilde{y}_{\varphi,k} = \varepsilon_{\varphi,k} + \tilde{\eta}_{\varphi,k}, \quad (1.17)$$

где дисперсия шума  $\tilde{\eta}_{\varphi,k}$  (полученная так же при нулевой ошибке слежения за частотой):

$$D_{\tilde{\eta}_{\varphi}} = \frac{1}{2q_{c/n_0}T}.$$

Для наблюдений (1.17) и динамике входного процесса (1.10) уравнения оптимальной фильтрации имеют вид:

$$\hat{x}_{\varphi,k} = \tilde{x}_{\varphi,k} + \mathbf{K}_{\varphi,k} \left( \tilde{\eta}_{\varphi,k} - \mathbf{C}\tilde{x}_{\varphi,k} \right), \quad (1.18)$$

$$\tilde{x}_{\tau,k} = \mathbf{F}\tilde{x}_{\tau,k-1},$$

$$\mathbf{K}_{\varphi,k} = \mathbf{D}_{\tilde{x}_{\varphi,k}} \mathbf{C}^T D_{\tilde{\eta}_{\varphi}}^{-1}, \quad (1.19)$$

$$\mathbf{D}_{\tilde{x}_{\varphi,k}}^{-1} = \left( \mathbf{F}\mathbf{D}_{\tilde{x}_{\varphi,k-1}}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\sigma_{\xi_{\varphi}}^2\mathbf{G}^T \right)^{-1} + \mathbf{C}^T D_{\tilde{\eta}_{\varphi}}^{-1}\mathbf{C}^T. \quad (1.20)$$

Разностное уравнение (1.20) можно решить заранее, что позволяет реализовать данный алгоритм и оценить его точность.

Переход от эквивалентных линейных уравнений фильтрации к нелинейным уравнениям, описывающим ФАП может быть осуществлён с использованием (1.16) и приводит к:

$$\hat{\varphi}_{k-1} = \tilde{\varphi}_{k-1} + K_{11,\varphi,k} \cdot u_{\text{Д}\varphi,k} / S_{\text{Д}\varphi}, \quad \tilde{\varphi}_{k-1} = \hat{\varphi}_{k-2} + \hat{\omega}_{k-2}T,$$

$$\hat{\omega}_{k-1} = \tilde{\omega}_{k-1} + K_{21,\varphi,k} \cdot u_{\text{Д}\varphi,k} / S_{\text{Д}\varphi}, \quad \tilde{\omega}_{k-1} = \hat{\omega}_{k-2} + \hat{\omega}'_{k-2}T,$$

$$\hat{\omega}'_{k-1} = \hat{\omega}'_{k-2} + K_{31,\varphi,k} \cdot u_{\text{Д}\varphi,k} / S_{\text{Д}\varphi}$$

где  $K_{ij\varphi,k}$  - коэффициенты, определяемые (1.19).

Анализ точности работы системы слежения за фазой сигнала приведён в разделе 1.4.1.

### 1.2.5. Синтез алгоритма слежения за задержкой сигнала

Синтез алгоритма слежения за задержкой сигнала (ССЗ) осуществлён аналогично синтезу системы слежения за фазой (раздел 1.2.4). Однако система слежения за задержкой сигнала будет отличаться от системы ФАП. В соответствии с подходом, выбранным в разделе 1.2.1, системы слежения за задержкой будет комплексной, учитывающей учитывающей два вида измерений:

- оценку скорости с кольца ФАП;
- сигнал ошибки слежения с дискриминатора системы ССЗ.

Учёт оценки скорости, получаемой из системы ФАП позволит повысить точность работы ССЗ.

### Дискриминатор задержки сигнала

Синтез дискриминатора ССЗ особенностей не имеет и осуществляется аналогично синтезу фазового дискриминатора. Единственное отличие заключается в том, что вместо производной по задержке используется разностная формула. Полный синтез дискриминатора задержки описан в [?].

$$u_{д\tau,k} = \frac{1}{\Delta_\tau} \text{sign}(I_k(\tau)) (I_{E,k}(\tau) - I_{L,k}(\tau))|_{\tau=\tilde{\tau}}, \quad (1.21)$$

где

$$I_{E,k} = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tilde{\tau}_{k-1,i} + \Delta_\tau/2) \sin(\omega_{\text{П}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_{k-1,i}),$$

$$I_{L,k} = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tilde{\tau}_{k-1,i} - \Delta_\tau/2) \sin(\omega_{\text{П}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_{k-1,i}),$$

где  $\Delta_\tau$  - сдвиг между опережающей и запаздывающей опорными ПСП. Нормирующий множитель  $1/\Delta_\tau$  может быть опущен в выражении для дискриминатора.

Данные выражения описывают корреляторы с “опережающим” и “запаздывающим” опорным сигналом, традиционно используемым в навигационных приёмниках для формирования дискриминатора слежения за задержкой. На рисунке 1.10 изображена структура дискриминатора ССЗ.

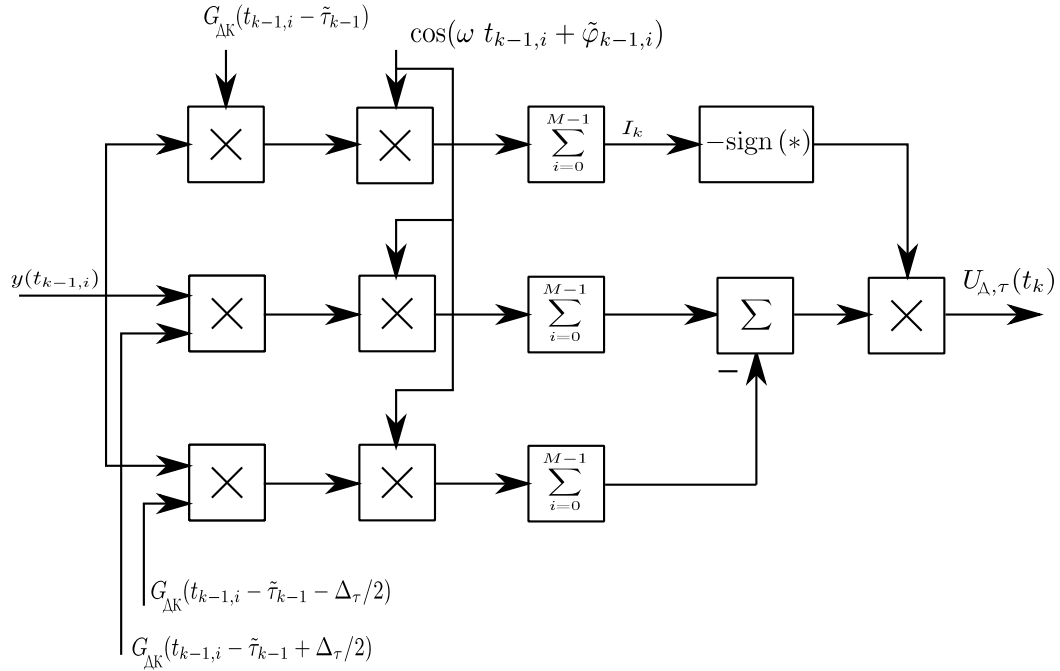


Рис. 1.10: Структура дискриминатора задержки сигнала

### Статистические характеристики дискриминатора задержки

Статистические характеристики дискриминатора задержки определяются выражениями [?]:

$$U_{D\tau,k} = 2q_{c/n_0} T \cos(\varepsilon_{\varphi,k-1} + \varepsilon_{\omega,k-1} T/2) \times \quad (1.22)$$

$$\times (\rho(\varepsilon_{\tau,k-1} - \Delta_\tau/2) - \rho(\varepsilon_{\tau,k-1} + \Delta_\tau/2)),$$

$$D_{\eta_\tau} = 4q_{c/n_0} T, \quad (1.23)$$

где  $\varepsilon_{\tau,k-1} = \tau_{k-1} - \tilde{\tau}_{k-1}$ ,  $\rho(\varepsilon_{\tau,k-1})$  - автокорреляционная функция дальномерного кода.



## Синтез сглаживающего фильтра ССЗ

Синтез сглаживающего фильтра ССЗ произведён с использованием методики раздельного синтеза [?] с использованием линеаризованного эквивалента дискриминатора.

Для синтеза сглаживающего фильтра ССЗ линеаризуем дискриминатор задержки:

$$U_{D\tau,k} = S_{D\tau} (\tau_k - \tilde{\tau}_k) + \eta_{\tau,k}, \quad (1.24)$$

где  $\eta_{\tau,k}$  - ДБГШ с дисперсией (1.23), а  $S_{D\tau}$  - крутизна дискриминатора задержки, определяемая, как производная по фазе от выражения (1.22) при нулевых ошибках по всем остальным параметрам:

$$S_{D\tau} = 4q_{c/n_0} T / \Delta_{\tau}.$$

Введём эквивалентные линеаризованные наблюдения, получаемые с использованием дискриминатора задержки:

$$\tilde{y}_{\tau,k} = \varepsilon_{\tau,k} + \tilde{\eta}_{\tau,k}, \quad (1.25)$$

где  $\varepsilon_{\tau,k} = \tau_k - \tilde{\tau}_k$  - ошибка слежения за задержкой,  $\tilde{\eta}_{\tau,k}$  - шум дискриминатора задержки, пересчитанный ко входу дискриминатора с дисперсией:

$$D_{\tilde{\eta}_{\tau}} = \frac{\Delta_{\tau}^2}{4q_{c/n_0} T} \left( 1 + \frac{2}{q_{c/n_0} T} \right).$$

Кроме того, в ССЗ учитывается выход оценки скорости с кольца ФАП, для чего введём наблюдения:

$$\tilde{y}_{\tau',k} = \varepsilon_{\tau',k} + \tilde{\eta}_{\tau',k}, \quad (1.26)$$

где  $\tilde{\eta}_{\tau',k}$  - шум наблюдений, полагаемый дискретным белым гауссовским с дисперсией:

$$D_{\tilde{\eta}_{\tau'}} = \frac{D_{22,\varphi}}{\omega_0^2},$$

где  $D_{22,\varphi}$  - дисперсия оценки частоты в системе ФАП, элемент матрицы  $\mathbf{D}_{\vec{x},k}$  из выражения (1.20).

Наблюдения необходимо объединить в вектор:

$$\vec{y}_{\text{ССЗ},k} = \begin{pmatrix} \tilde{y}_{\tau,k} \\ \tilde{y}_{\tau',k} \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

При этом дисперсионная матрица шумов наблюдений примет вид:

$$\mathbf{D}_{\text{ССЗ}} = \begin{pmatrix} D_{\tilde{\eta}_\tau} & 0 \\ 0 & D_{\tilde{\eta}'_\tau} \end{pmatrix}.$$

Для наблюдений (1.25 - (1.26)) и динамике входного процесса (1.8) уравнения оптимальной фильтрации имеют вид:

$$\hat{\vec{x}}_{\tau,k} = \tilde{\vec{x}}_{\tau,k} + \mathbf{K}_{\tau,k} \left( \vec{y}_{\text{ССЗ},k} - \mathbf{H} \tilde{\vec{x}}_{\tau,k} \right), \quad (1.28)$$

$$\tilde{\vec{x}}_{\tau,k} = \mathbf{F} \hat{\vec{x}}_{\tau,k-1},$$

$$\mathbf{K}_{\tau,k} = \mathbf{D}_{\tilde{\vec{x}}_{\tau,k}} \mathbf{H}^T D_{\text{ССЗ}}^{-1}, \quad (1.29)$$

$$\mathbf{D}_{\tilde{\vec{x}}_{\tau,k}}^{-1} = (\mathbf{F} \mathbf{D}_{\tilde{\vec{x}}_{\tau,k-1}} \mathbf{F}^T + \mathbf{G} \sigma_{\xi_\tau}^2 \mathbf{G}^T)^{-1} + \mathbf{H}^T D_{\text{ССЗ}}^{-1} \mathbf{H}^T. \quad (1.30)$$

Матрица  $\mathbf{H}$  в данном выражении - связь наблюдений  $\vec{y}_{\text{ССЗ}}$  и вектора состояния  $\vec{x}_\tau$ :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.31)$$

С использованием наблюдений (1.27) можно перейти к нелинейным уравнениям фильтрации:

$$\hat{\tau}_{k-1} = \tilde{\tau}_{k-1} + K_{11,\tau,k} \cdot u_{\text{Д}\tau,k} / S_{\text{Д}\tau} + K_{12,\tau,k} \cdot \hat{\omega}_k / \omega_0, \quad \tilde{\tau}_{k-1} = \hat{\tau}_{k-2} + \hat{\tau}'_{k-2} T,$$

$$\hat{\tau}'_{k-1} = \tilde{\tau}'_{k-1} + K_{21,\tau,k} \cdot u_{\text{Д}\tau,k} / S_{\text{Д}\tau} + K_{22,\tau,k} \cdot \hat{\omega}_k / \omega_0, \quad \tilde{\tau}'_{k-1} = \hat{\tau}'_{k-2} + \hat{\tau}''_{k-2} T,$$

$$\hat{\tau}''_{k-1} = \tilde{\tau}''_{k-1} + K_{31,\tau,k} \cdot u_{\text{Д}\tau,k} / S_{\text{Д}\tau} + K_{32,\tau,k} \cdot \hat{\omega}_k / \omega_0,$$

где  $K_{ij,\tau,k}$  - коэффициенты, определяемые (1.29).

Анализ точности работы системы слежения за задержкой сигнала приведён в разделе 1.4.1.

### 1.3. Синтез оптимальных алгоритмов интерполяции параметров

По условиям задания оценки параметров движения должны быть привязаны к определённому моменту времени. Данный момент времени

предшествует моменту окончания измерений, поэтому для получения максимально точной оценки параметров необходимо использовать алгоритм оптимальной интерполяции.

Алгоритмы интерполяции измерений известны в нескольких формах. Так, в [?] описан алгоритм двусторонней интерполяции измерений. Данный алгоритм подразумевает наличие 3 этапов:

- фильтрацию в прямом направлении;
- фильтрацию в обратном направлении;
- расчёт интерполированной оценки, как взвешенной суммы фильтрационных оценок в прямом и обратном направлении.

Согласно оценкам [?], выигрыш по сравнению с фильтрацией от использования данного алгоритма по дисперсии составит (для задачи оценки экспоненциально-коррелированного процесса):

$$\frac{R_{\text{фильтр}}}{R_{\text{интерп}}} = 2 - \frac{2}{1 + \sqrt{1 + q_c/n_0 T}} = 1, 3.$$

Проблема данного алгоритма заключается в необходимости фильтрации в обратном времени. Алгоритмы фильтрации в обратном времени во многом аналогичны алгоритмам фильтрации в прямом времени, рассмотренным выше. Для их реализации потребуется сохранить в памяти всю выборку наблюдаемого процесса длительностью 3.5 с, чтобы была возможность рассчитать необходимые корреляционные интегралы. В связи с этим данный алгоритм сложно реализуем в реальной аппаратуре.

Известно несколько вариантов алгоритма интерполяции, не требующих фильтрации в обратном времени ([?, ?]):

- интерполяция на фиксированном интервале - фиксируется интервал наблюдений, а точка, для которой необходимо получить оценку параметров - любая в пределах этого интервала;
- интерполяция в фиксированной точке - фиксируется точка, для которой необходимо получить оценку параметров, а время наблюдения не ограничивается;

- интерполяция с фиксированной задержкой - точка, для которой нужно получить оценку, “запаздывает” относительно поступления входных данных.

По данным [?] выигрыш от использования этих алгоритмов также может достигать 30 % при рассматриваемом отношении сигнал/шум ( $q_{c/n_0}T \approx 2.5$ ).

Все эти три варианта алгоритма можно использовать для рассматриваемой задачи: и интервал наблюдений, и точка, для которой необходимо получить оценку, и разность между последней точкой наблюдения и требуемым моментом времени заданы. Отдельный анализ показал, что в равных условиях при соответствующей постановке задачи все эти три алгоритма дают один и тот же результат. В связи с этим, будет использован наиболее удобный алгоритм. Среди данных алгоритмов наиболее удобным является алгоритм интерполяции в фиксированной точке, потому что только этот алгоритм позволяет осуществлять обычную фильтрацию до требуемой точки, а затем параллельно с фильтрацией осуществлять интерполяцию. В алгоритме с постоянной задержкой интерполяцию необходимо осуществлять параллельно с фильтрацией на протяжении всего интервала измерений, а в алгоритме с фиксированным интервалом придётся сначала осуществить фильтрацию до самого конца интервала, и только затем приступить к интерполяции.

В качестве оцениваемых параметров выступают псевдодальность  $r_{k-1}$  и взаимная скорость  $v_{k-1}$ , связанные с параметрами модели задержки сигнала (1.8) соотношениями:

$$r_{k-1} = c \cdot \tau_{k-1}, \quad (1.32)$$

$$v_{k-1} = c \cdot \tau'_{k-1},$$

где  $c$  - скорость света.

### 1.3.1. Постановка задачи синтеза алгоритма интерполяции

Выбранный алгоритм интерполяции в фиксированной точке при гауссовском приближении АПВ в непрерывном времени приведён [?]. Запись

алгоритма интерполяции в дискретном времени для линейной задачи описана в [?]. Отличием алгоритма, использованного в данной работе от известных по литературе является то, что на вход поступают два вида наблюдений - измерения с дискриминатора задержки и информация о взаимной скорости с кольца ФАП:

$$y_{v,k-1} = c/\omega_0 \cdot \hat{\omega}_{k-1}. \quad (1.33)$$

Модель изменения псевдодальности, взаимной скорости и ускорения определяется выражениями:

$$\vec{x}_{r,k-1} = \begin{bmatrix} r_{k-1} \\ v_{k-1} \\ a_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (1.34)$$

$$\vec{x}_{r,k-1} = \mathbf{F}\vec{x}_{r,k-2} + \mathbf{G} \cdot \xi_{r,k-1},$$

где  $\xi_{\tau,k-1}$  - формирующий дискретный белый гауссовский шум с дисперсией

$$\sigma_{r_\tau}^2 = \sigma_{\xi_\tau}^2 \left( \frac{c}{\omega_0} \right)^2, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix}.$$

Требуется по наблюдениям (1.5) и (1.33), осуществляемым на интервале времени  $[0; t_k]$  (где  $t_k$  - текущий момент времени), сформировать оценку псевдодальности и взаимной скорости для момента времени  $t_g \in [0; t_k]$  с максимальной точностью.

### 1.3.2. Синтез алгоритма оптимальной интерполяции

Для синтеза алгоритма интерполяции вводится расширенный вектор состояния, включающий в себя значения параметров на требуемый  $t_g$  и на текущий  $t_k$  моменты времени:

$$\vec{z}_k = \begin{pmatrix} \vec{x}_{r,k} \\ \vec{x}_{r,g} \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Задача интерполяции сводится к задаче фильтрации расширенного вектора (1.35), но компонента  $\vec{x}_{r,g}$  не меняется. Известно ([?]), что в этом случае алгоритм распадается на два блока.

Первый блок представляет обычную следящую систему, формирующую фильтрационные оценки параметров  $\hat{\tilde{x}}_{r,k}$ . Синтез такой системы проведён в разделе 1.2.5.

Второй блок формирует интерполированную оценку параметров  $\hat{\tilde{x}}_{r,g}$  на основе фильтрационных оценок  $\hat{\tilde{x}}_{r,k}$ , экстраполяционных оценок  $\tilde{\tilde{x}}_{r,k}$ , матрицы дисперсии оценок фильтрации  $\mathbf{D}_{r,k}$  и коэффициентов  $\mathbf{K}_{r,k}$ , получаемых из уравнений фильтрации (1.28) - (1.30) путём пересчёта с учётом связи задержки и псевдодальности (1.32). Уравнения интерполяции примут вид:

$$\hat{\tilde{x}}_{g|k} = \hat{\tilde{x}}_{g|k-1} + \tilde{\mathbf{K}}_{r,g|k} \left( \hat{\tilde{x}}_k - \tilde{\tilde{x}}_k \right), \quad \hat{\tilde{x}}_{g|g} = \hat{\tilde{x}}_g,$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{r,g|k} = \tilde{\mathbf{K}}_{r,g|k-1} \mathbf{D}_{r,g|k} \mathbf{F} \tilde{\mathbf{D}}_{r,k}^{-1}, \quad \tilde{\mathbf{K}}_{r,g|g} = \mathbf{I},$$

$$\mathbf{D}_{r,g|k} = \mathbf{D}_{r,g|k-1} - \tilde{\mathbf{K}}_{g|k} \mathbf{K}_{r,k} \mathbf{H} \tilde{\mathbf{D}}_{r,k} \tilde{\mathbf{K}}_{r,g|k}^T. \quad (1.36)$$

Здесь  $\mathbf{I}$  - единичная матрица соответствующего размера.

На рисунке 1.11 изображены системы фильтрации и интерполяции измерений. Особенностью синтезированного алгоритма интерполяции является то, что он комплексный. Наблюдения связаны с вектором состояния матрицей  $\mathbf{H}$  (1.31).

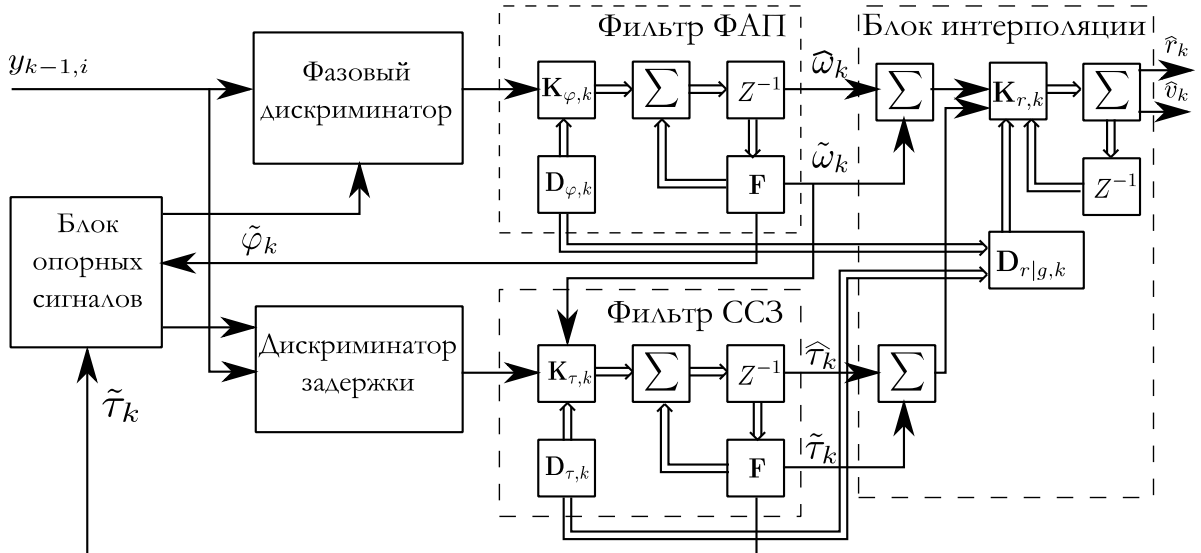


Рис. 1.11: Структура систем фильтрации и интерполяции

Характеристики системы интерполяции оценок параметров проанализированы в разделе 1.4.1.

## 1.4. Анализ характеристик системы

Ниже приведён анализ точности оценок параметров сигнала, полученных с использованием синтезированных алгоритмов. Точность алгоритмов может быть рассчитана с использованием дисперсионных уравнений (1.20), (1.30) и (1.36), входящих в рассматриваемые алгоритмы. Данное исследование представлено в разделе 1.4.1. Кроме того, создана численная модель рассматриваемых алгоритмов, которая позволяет рассчитать точность работы системы методом статистического моделирования. Данное исследование представлено в разделе 1.4.3.

### 1.4.1. Теоретическое исследование точности оценки параметров сигнала

#### Анализ точности работы системы ФАП

Работа системы ФАП описывается уравнениями (1.18 - 1.20). Решение уравнений (1.20) позволит найти дисперсию ошибки фильтрации и оценить точность. Данные уравнения описывают изменения во времени дисперсий ошибок фильтрации. Уравнение (1.19) связывает значения коэффициентов фильтра и дисперсии ошибок фильтрации. В оптимальном фильтре значения коэффициентов также меняются во времени. Изменение во времени коэффициентов фильтра позволяет расширить полосу следящей системы в самом начале работы, когда необходимо отработать начальные ошибки параметров. В результате длительность переходных процессов сокращается. В реальной аппаратуре делать коэффициенты фильтра переменными сложно, поэтому обычно используются коэффициенты, соответствующие установившемуся режиму. Длительность переходных процессов в этом случае может существенно возрасти, что в рассматриваемом случае, при ограниченном времени наблюдения, может оказаться неприемлемо.

Сначала необходимо определить точность работы системы ФАП в установившемся режиме. При этом коэффициенты усиления и матрица дисперсии ошибок фильтрации постоянные, система фильтрации стационарна. Аналитическое решение дискретного уравнения (1.20) невозможно,

но такое решение можно найти для аналогичных уравнений фильтрации в непрерывном времени. Анализ непрерывной системы ФАП представлен в приложении I.

Для приближенного расчёта численных значений дисперсий ошибок фильтрации необходимо задать значение спектральной плотности  $S_{\xi_\varphi}$  формирующего шума модели фазы. Путём численной оптимизации значение данной величины выбрано равным  $S_{\xi_\varphi} = 2.8 \cdot 10^{-4} \text{рад}^2/\text{с}^3$ .

На рисунке 1.12 изображена зависимость ошибки оценки частоты от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума, из которого следует, что в установившемся режиме достижима точность 0.022 Гц.

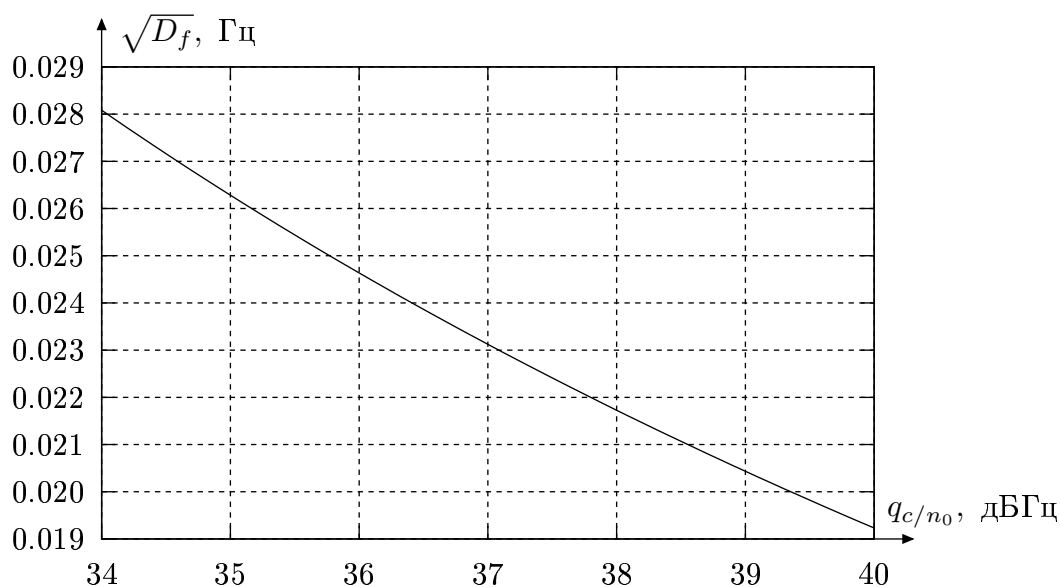


Рис. 1.12: Зависимость ошибки оценки частоты от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума

На рисунке 1.13 изображена зависимость полосы от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума, из которой следует, что для достижения требуемой точности шумовая полоса системы должна быть около 1 Гц. Установка полосы системы равной 1 Гц приведёт к длительным переходным процессам, а длительность интервала наблюдений составляет менее 4 с. В связи с этим необходимо использовать переменную полосу системы ФАП. Уравнения оптимальной фильтрации (1.18 - 1.20) определяют коэффициенты, изменяющиеся на каждом шаге работы фильтра. Коэффициенты фильтра, в свою очередь, определяют полосу следящей системы. На рисунке 1.14 изображена зависимость полосы системы от времени. Из



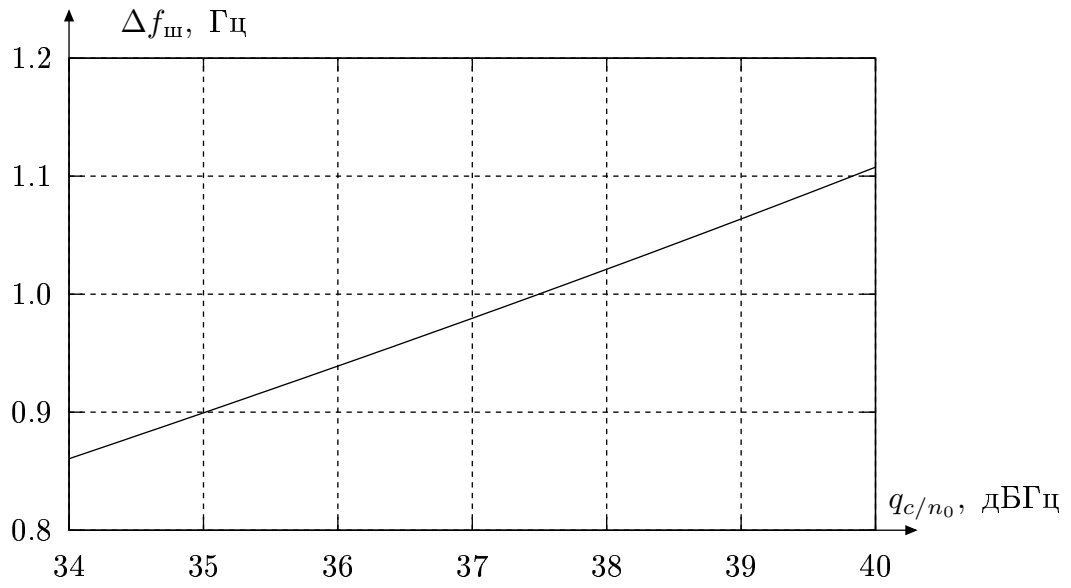


Рис. 1.13: Зависимость полосы от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума

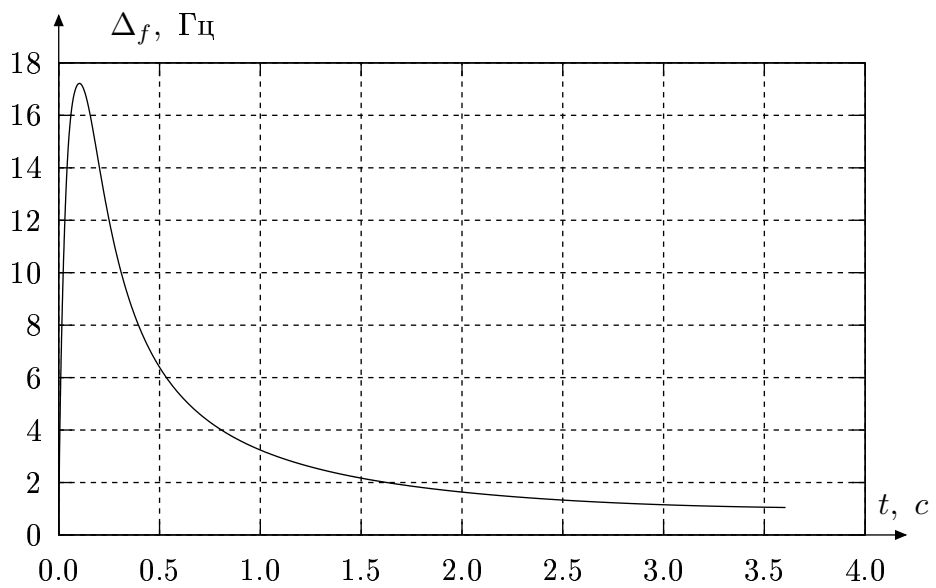


Рис. 1.14: Зависимость полосы системы ФАП от времени

данного графика видно, что оптимальная полоса системы уменьшается с двух десятков герц в начале работы до величины около 1 Гц к концу работы, что соответствует полученному ранее значению оптимальной полосы системы в установившемся режиме.

На основании дисперсионного уравнения (1.20) получены зависимости СКО оценок фазы и частоты. Эти зависимости изображены на графиках 1.15 и 1.16. Изображённая на графике 1.15 зависимость СКО оценки

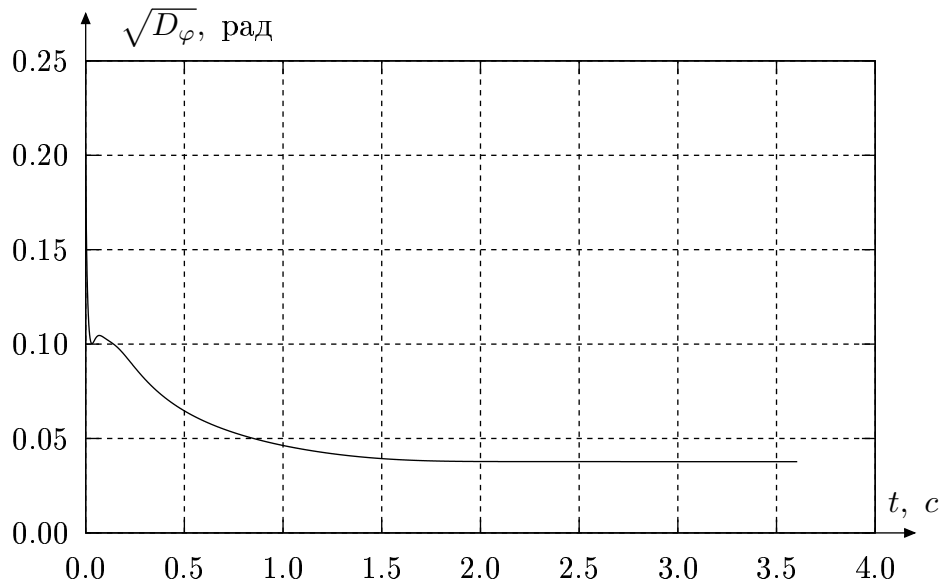


Рис. 1.15: Зависимость СКО оценки фазы сигнала от времени

фазы сигнала демонстрирует, что ошибка слежения за фазой невелика и находится на линейном участке дискриминационной характеристики фазового дискриминатора ( $\pm\pi/8$ ). Учитывая то, что требований по точности слежения за фазой к системе БАМИ не предъявлялось, можно считать данную точность оценки фазы достаточной.

На графике 1.16 изображена расчётная СКО оценки частоты сигнала. Из данного графика следует, что эта величина на конец интервала наблюдений составляет 0.022 Гц, что соответствует требованию по точности к слежению за частотой.

## Анализ точности работы ССЗ

Фильтр системы слежения за задержкой, определяемый уравнениями (1.28 - 1.30), является комплексным. Наличие дополнительной информации

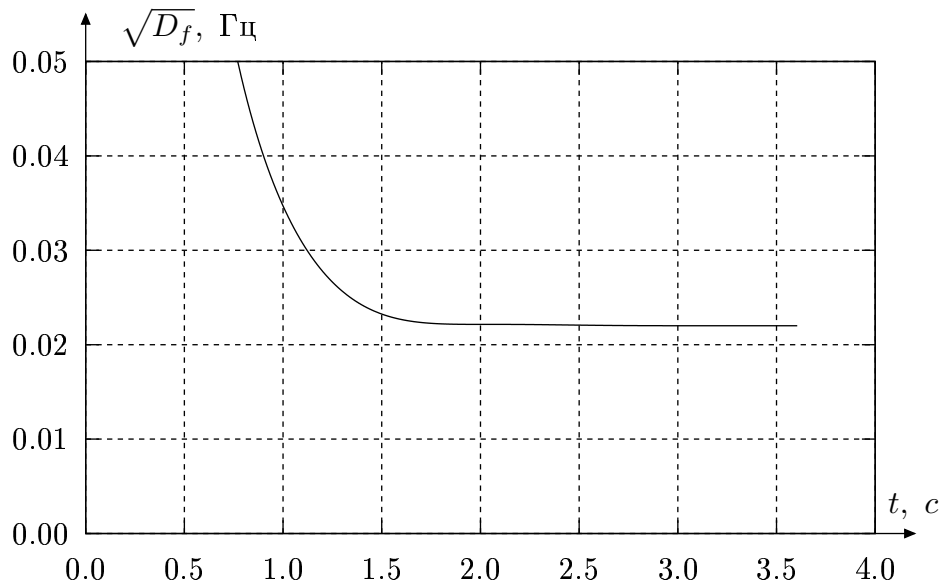


Рис. 1.16: Зависимость СКО оценки частоты сигнала

с кольца слежения за задержкой позволяет значительно сузить полосу этого фильтра, до величин менее 1 Гц. В результате работа системы слежения за задержкой невозможна при постоянном значении коэффициентов, соответствующих установившемуся режиму - длительность переходных процессов будет слишком велика.

Рассмотрим работу ССЗ с оптимальными коэффициентами, определяемыми уравнениями (1.29 - 1.30). На графике 1.17 изображена зависимость СКО оценки псевдодальности сигнала от времени, полученная на основании дисперсионных уравнений. Из графика видно, что к концу интервала достигнута величина 0.3 м, что удовлетворяет требованиям к системе БАМИ. Однако здесь следует напомнить о том, что оценка должна быть привязана не к концу интервала измерений, а к промежуточной точке (3 секунда от начала интервала измерений). Из графика следует, что на этот момент времени точность фильтрационной оценки составляет 0.33 м. Для получения более точной оценки в требуемый момент времени использован блок интерполяции, точность работы которого будет продемонстрирована ниже.

На рисунке 1.18 изображена зависимость СКО оценки взаимной скорости от времени в фильтре системы ССЗ. Точность оценки взаимной скорости к концу интервала измерений достигает 3 мм/с, что соответствует

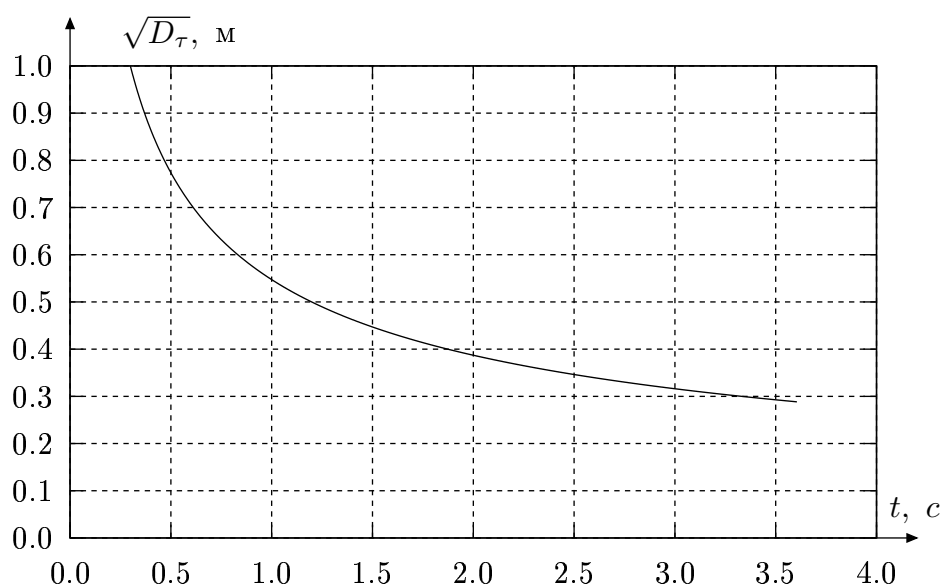


Рис. 1.17: Зависимость СКО оценки псевдодальности сигнала от времени

требованиям задания. Ошибка слежения за частотой сигнала мало меняется в конце интервала измерений, поэтому точность фильтрационной оценки частоты достаточна для удовлетворения требованиям к системе БАМИ даже без дополнительной интерполяции измерений. Ниже приведено исследование точности оценки измерений скорости после обработки в блоке интерполяции измерений. Учитывая связь доплеровского сдвига частоты и взаимной скорости, сопоставляя данный график с графиком 1.16, можно сделать вывод о том, что точность оценки скорости определяются, в основном, точностью оценки частоты в фильтре ФАП (0.022 Гц доплеровского смещения частоты соответствуют взаимной скорости 3 мм/с).

### Анализ точности блока интерполяции

Точность работы блока интерполяции можно оценить с использованием дисперсионного уравнения (1.36). Сопоставим точность работы данного блока и точность оценок, получаемых непосредственно со следящих систем.

На рисунке 1.19 изображена точность фильтрационной и интерполяционной оценок. Данный график получен путём расчёта точности интерполяционной оценки для каждой точки из всего временного диапазона. Из графика можно сделать вывод о том, что для последней точки измерений точность фильтрационной и интерполяционной оценок совпадают, а

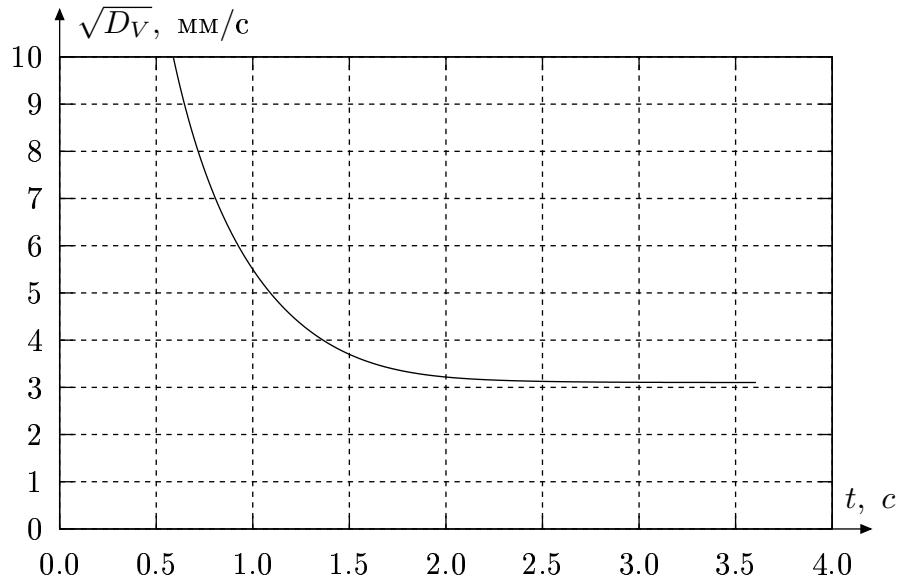


Рис. 1.18: Зависимость СКО оценки взаимной скорости от времени

в остальные моменты времени точность интерполяционной оценки оказывается выше, чем точность фильтрационной оценки. В требуемый момент времени (на графике 3 с от начала измерений) погрешность оценки псевдодальности не превышает 0.3 м, что удовлетворяет требованию к системе. Интерполяционная оценка взаимной скорости, график СКО которой приве-

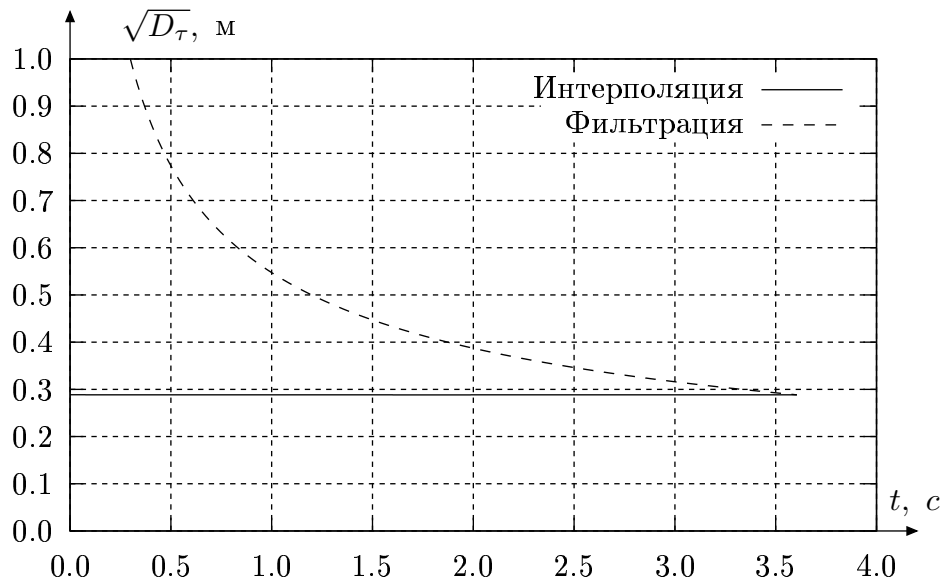


Рис. 1.19: Точность оценки псевдодальности

дён на рисунке 1.20, ведёт себя несколько иначе. Дополнительная интерполяция измерений позволила существенно повысить точность этой оценки. В требуемый момент времени (3 с на графике) точность оценки взаимной

скорости достигает 1.7 мм/с, что почти в два раза лучше, чем требовалось в задании. Таким образом теоретический расчёт точности разработанных

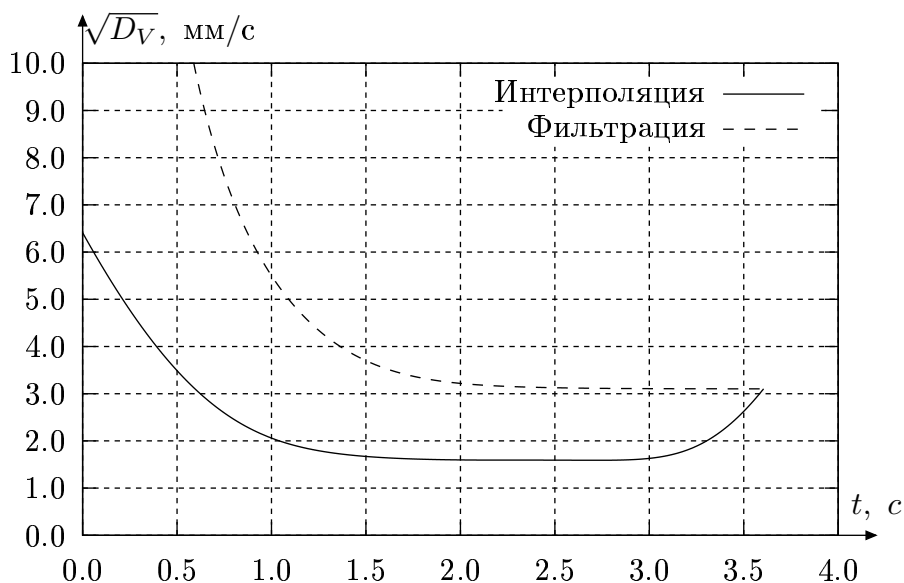


Рис. 1.20: Точность оценки взаимной скорости

алгоритмов показывает, что требования к системе БАМИ удовлетворены. Окончательно вывод о точности работы алгоритмов можно сделать после проведения имитационного моделирования работы системы.

#### 1.4.2. Имитационная модель рассматриваемой системы

Для проверки работоспособности синтезированных алгоритмов и расчёта точности методом статистического моделирования создана численная модель системы обработки сигнала БАМИ. Текст программы приведён в приложении IV. На рисунке 1.21 изображена структура имитационной модели. Данная модель позволяет осуществлять моделирование работы системы соответствии с оптимальными уравнениями фильтрации. Параметры входного сигнала моделируются на основе расчёта взаимного движения спутников группировки ГЛОНАСС.

Созданная имитационная модель позволяет получать реализации любых процессов в системе, в том числе ошибок оценок параметров сигналов, осуществлять статистические испытания разработанных алгоритмов.

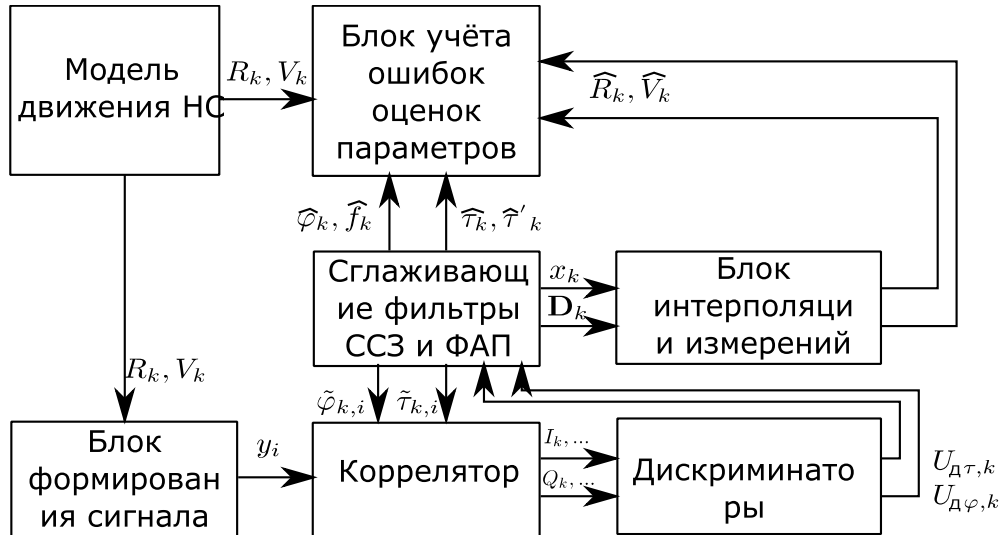


Рис. 1.21: Структура имитационной модели разработанных алгоритмов

### 1.4.3. Результаты численного моделирования

Рассмотрим результаты численного моделирования синтезированных алгоритмов.

#### Моделирование работы системы ФАП

Моделирование работы системы ФАП проведено при отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума  $q_{c/n_0} = 38$  дБГц на участке траектории движения НС, соответствующем максимальному рабочему взаимному ускорению ( $3.9 \text{ м/с}^2$ ). На рисунках 1.22, 1.23 изображены реализации ошибок слежения за фазой и частотой сигнала в системе, полностью соответствующей уравнениям (1.18 - 1.20). Из данных графиков видно, что слежение за фазой осуществляется без перескоков фазы, ошибка слежения за частотой соответствует требуемой. Среднеквадратическое значение ошибки оценки фазы сигнала к концу интервала измерений составляет менее 0.05 рад, что соответствует расчётным данным из раздела 1.4.1.

На графике 1.23 изображено несколько реализаций ошибки слежения за частотой сигнала. Среднеквадратическое значение ошибки оценки частоты не превышает 0.02 Гц, и удовлетворяет требованиям. Данная оценка проведена по данному графику и не является точной. Ниже приведены

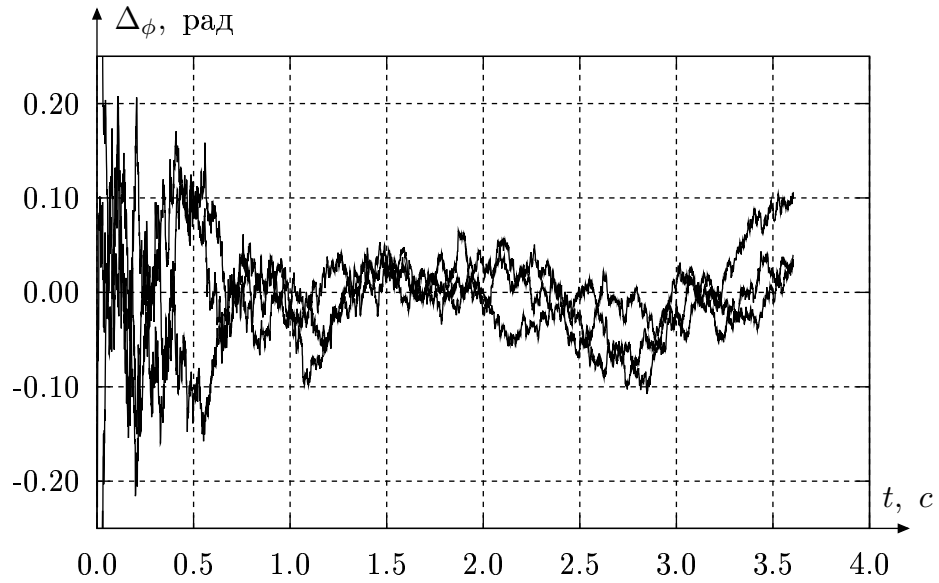


Рис. 1.22: Реализации ошибки слежения за фазой в системе ФАП

более точные результаты статистических испытаний, усреднённые по большому количеству реализаций.

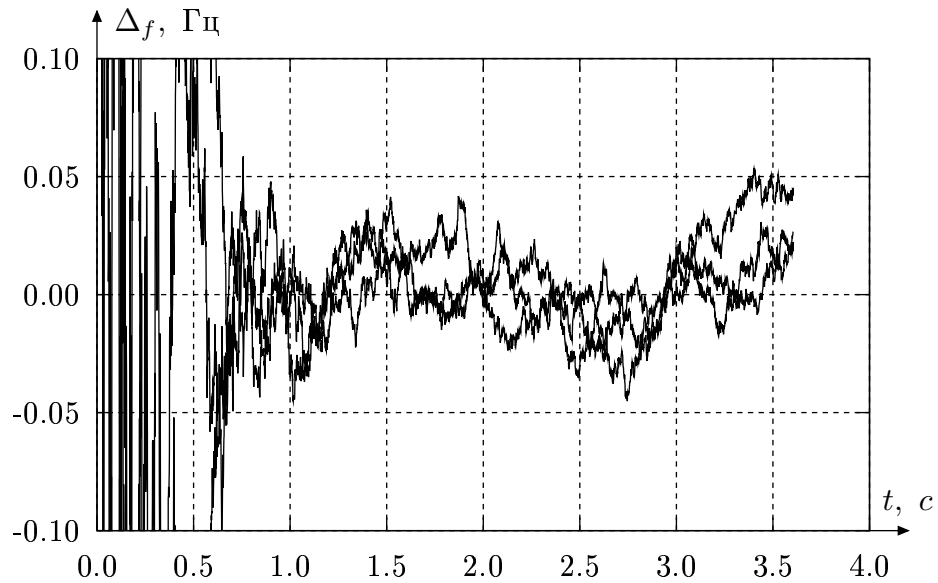


Рис. 1.23: Реализации ошибки слежения за частотой в системе ФАП

## Моделирование работы системы ССЗ

Точность работы системы слежения за задержкой связана с точностью работы системы слежения за фазой, так как ССЗ при работе использует оценку частоты. На рисунках 1.24 и 1.25 изображены реализации ошибок слежения за задержкой сигнала и взаимной скоростью в фильтре



ССЗ, моделируемого в полном соответствии с уравнениями (1.28 - 1.30). Из графика 1.24 можно сделать вывод о том, что среднеквадратическое значение ошибки слежения за псевдодальностью составляет менее 0.3 м, что соответствует расчётному значению. Среднеквадратическое значение ошибки оценки взаимной скорости также не превысит требуемого значения 3 мм/с. Более точный результат, полученный путём усреднения по большому количеству реализаций, приведён ниже.

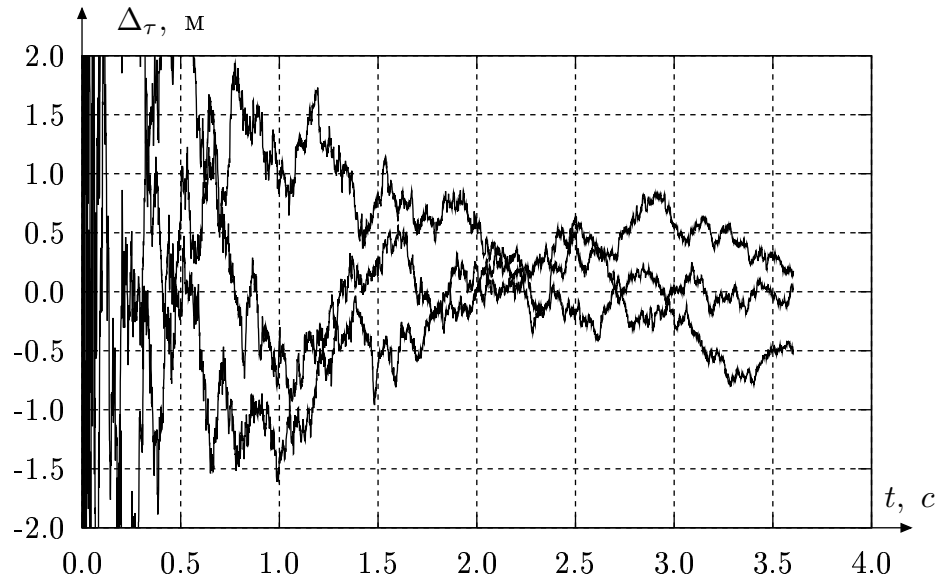


Рис. 1.24: Реализация ошибки оценки задержки

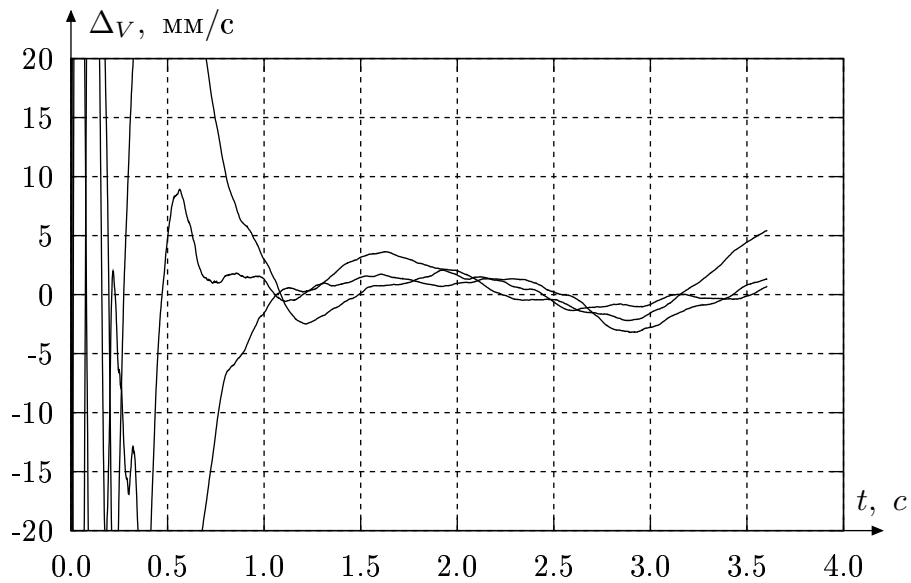


Рис. 1.25: Реализация ошибки слежения за взаимной скоростью

## Моделирование работы блока интерполяции

Характеристики работы блока интерполяции можно оценить путём статистического моделирования. Моделирование работы всей системы осуществляется при отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума, равном  $q_c/n_0 = 38$  дБГц. Для моделирования входного воздействия используется рассчитанное на модели движения спутников изменение расстояния между спутниками №1 и №9. Создана программа, проводящая многократное моделирование работы рассматриваемых алгоритмов. В задании на проектирование алгоритмов измерений в системе БАМИ заданы два вида ошибок - систематические и случайные. В связи с этим проведено усреднение ошибок по ансамблю реализаций и рассчитаны выборочное среднее значение и выборочная дисперсия ошибок фильтрации и интерполяции требуемых параметров сигнала.

На рисунке 1.26 изображены ошибки фильтрации и интерполяции псевдодалности в соответствующих блоках, усреднённые по 100 реализациям. Моделирование проводилось на участке траектории с максимальным рабочим взаимным ускорением между НС, составляющим  $3.9 \text{ м/с}^2$ . Из данного графика можно сделать вывод о том, что систематическая составляющая ошибки практически отсутствует.

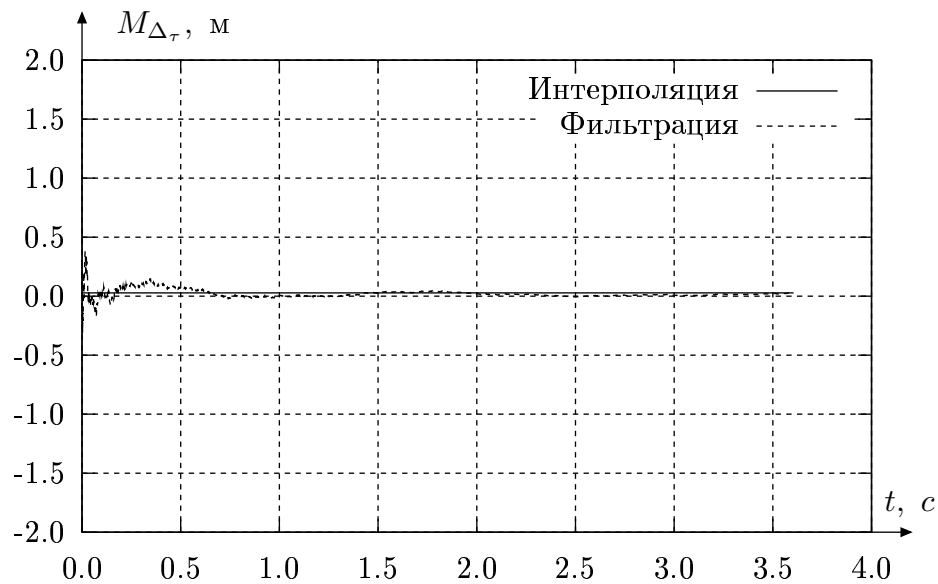


Рис. 1.26: Ошибки оценки псевдодалности, усреднённые по 100 реализациям

На рисунке 1.27 изображены зависимости выборочного среднееквadrатического значения ошибок фильтрации и интерполяции псевдодальности. Сопоставляя данный график с графиком 1.17 можно отметить, что экспериментально рассчитанная дисперсия соответствует расчётной. Точность оценки интерполяции псевдодальности в требуемый момент времени (3 с на графике) несколько лучше требуемой.



Рис. 1.27: Выборочное среднееквadrатическое значение ошибок оценок псевдодальности

На рисунке 1.29 изображены зависимости выборочного среднего ошибок фильтрации и интерполяции взаимной скорости для работы системы на участке траектории с максимальным взаимным ускорением между НС. Можно сделать вывод о том, что смещение ошибки оценки скорости отсутствует.

На рисунке 1.29 изображены зависимости выборочного среднееквadrатического значения ошибок фильтрации и интерполяции взаимной скорости. Можно отметить, что данный график соответствует графику 1.20, полученному на основе решения дисперсионных уравнений. При этом в требуемый момент времени (3 с на графике) точность оценки взаимной скорости составляет 1.7 мм/с, что почти в два раза лучше требований задания.

Точности оценок для требуемых моментов времени сведены в таблицу 1.1. Полученные характеристики свидетельствуют о том, что точность

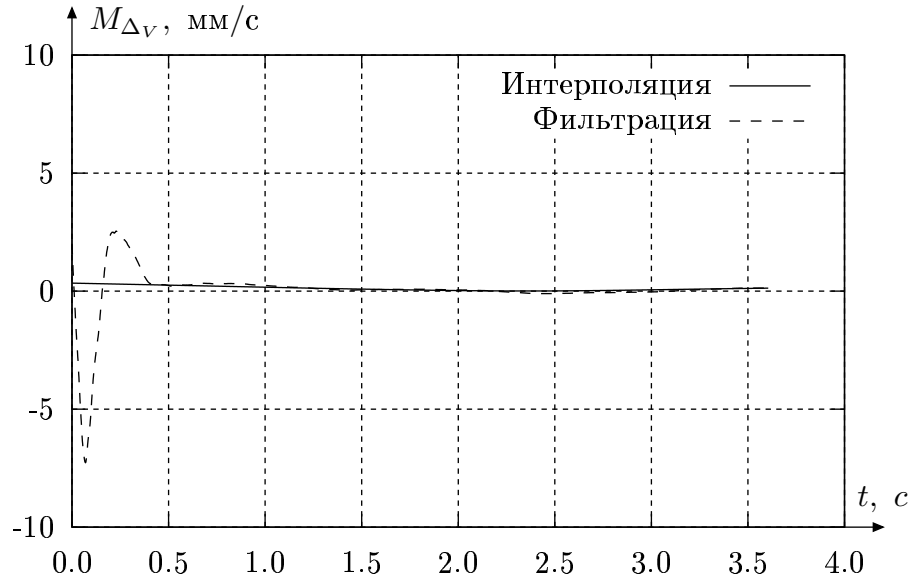


Рис. 1.28: Ошибки оценок взаимной скорости, усреднённые по 100 реализациям

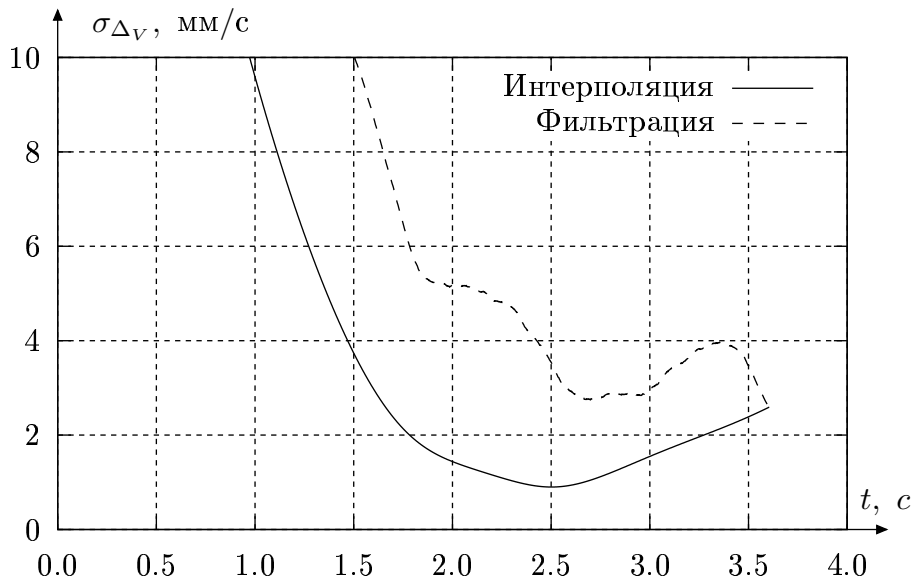


Рис. 1.29: Выборочное среднеквадратическое значение ошибок оценок взаимной скорости

	$\sigma_r$ , м	$\sigma_v$ , мм/с
Фильтрационная оценка на 3 с	0.39	2.5
Интерполяционная оценка на 3 с	0.27	1.7
Фильтрационная оценка конец измерений	0.27	2.3

Таблица 1.1: Точность оценок псевдодальности и взаимной скорости

слежения, достигнутая при численном моделировании следящих систем соответствует требованиям, выдвинутым в разделе 1.1.2. Применение интерполяции измерений позволило достичь требуемой точности оценки параметров сигнала, что не удавалось реализовать исключительно с использованием системы фильтрации.

## 1.5. Выводы по главе

Для системы межспутниковых измерений получены следующие результаты.

- Проведён анализ взаимного движения НС, на основе которого обоснована полиномиальная модель изменения взаимной дальности, которая положена в основу модели динамики вектора состояния, используемой при синтезе следящих систем БАМИ.
- Проведён синтез алгоритма оценки дальности и скорости на заданный момент времени с обработкой всех доступных измерений, состоящего из алгоритмов комплексной фильтрации (слежения) фазы и задержки кода навигационного сигнала и алгоритма интерполяции фильтрационных оценок дальности и скорости на заданный момент времени.
- По дисперсионным уравнениям проведён анализ точности работы синтезированных систем фильтрации фазы и задержки, а также блока интерполяции измерений, продемонстрировавший, что точность оценки фильтрации взаимной скорости на требуемый момент (3 секунда от начала интервала измерений) составила 3 мм/с. Точность оценки фильтрации псевдодальности составила 0.33 м. Применение алгоритма интерполяции позволило получить требуемую точность оценки псевдодальности 0.3 м, а точность оценки взаимной скорости возросла до 1.7 мм/с.
- На ЭВМ создана математическая модель системы межспутниковых измерений, с использованием которой можно проводить численный

анализ (в том числе, и статистический) характеристик работы системы межспутниковых измерений с учётом номинальной траектории движения НС группировки ГЛОНАСС.

- С использованием созданной модели проведено статистическое моделирование работы следящих систем БАМИ. Продемонстрировано отсутствие систематической составляющей оценок псевдодалности и взаимной скорости. Точность оценки фильтрации псевдодалности составила 0.39 м, точность оценки фильтрации взаимной скорости составила 2.5 мм/с. Точность интерполяции оценки псевдодалности к требуемому моменту времени составила 0.27 м, точность интерполяции взаимной скорости - 1.7 мм/с, что удовлетворяет требованиям по точности работы системы БАМИ. Использование блока интерполяции повысило точность оценки взаимной скорости на 40 %, а точность оценки псевдодалности - на 30 %.
- Разработанные алгоритмы (фильтрация+интерполяция) формирования оценок псевдодалности и скорости на данный момент времени с обработкой всех доступных измерений реализованы с участием автора в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений, разработанных в “РНИИ космического приборостроения”. (Копия акта внедрения в приложении VIII).

## 2. Разработка алгоритма быстрого поиска сигнала для системы межспутниковых измерений

Рассматривается возможность поиска сигнала БАМИ в режиме начального старта системы, в котором отсутствует эфемеридная информация о спутниковой группировке. В данном режиме приёмник не обладает информацией о:

- перечне видимых спутников;
- доплеровском смещении частоты сигнала;
- задержке сигнала.

Общее количество спутников в группировке ГЛОНАСС - 24. Таким образом, приёмник БАМИ должен осуществлять поиск среди 22 возможных сигналов (приёмник БАМИ сам находится на спутнике, кроме того, один из спутников находится с обратной стороны Земли). Известно, что одновременно на передачу работает 6 спутников.

В разделе 1.1.3 проведён анализ взаимного движения спутников, показавший, что диапазон доплеровского смещения частоты в системе БАМИ составляет  $\pm 45$  кГц. Диапазон поиска по задержке составляет  $[0; 3.15]$  мс, так как используемый дальномерный код периодичен с периодом 3.15 мс.

Ставится задача реализовать поиск всех возможных 6 сигналов с вероятностью не ниже 0.95 при заданном отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума  $q_{c/n_0} = 34$  дБГц за 1 с.

### 2.1. Традиционный метод построения системы поиска навигационных сигналов

Приёмник системы БАМИ (как и обычный навигационный приёмник) в рабочем режиме осуществляет слежение за несколькими спутниками, таким образом поиск можно считать завершённым только после того, как

обнаружено достаточное количество сигналов. Специфика системы БАМИ такова, что не все НС в конкретный момент времени находятся в режиме передачи, поэтому все сигналы обнаружить никогда нельзя. При холодном старте системы в приёмнике отсутствует информация о том, какие сигналы могут быть приняты, поэтому приёмник должен перебирать все существующие в системе сигналы, принимая решение о их наличии или отсутствии до тех пор, пока не будет обнаружено достаточное их количество. Введём термин *цикл обзора*, который будет обозначать процедуру поиска отдельно взятого сигнала НС. Будем рассматривать процедуру поиска в следующем виде:

1. в приёмнике есть список всех возможных сигналов, каждый из которых может находиться либо в состоянии “обнаружен”, либо “не обнаружен”;
2. приёмник осуществляет циклы обзора, последовательно перебирая по списку ещё не найденные сигналы;
3. если список возможных сигналов закончился, а количество обнаруженных сигналов не достигло заданного, приёмник возвращается в начало списка и повторяет пункт 2.

Каждый проход по списку спутников будем называть *стадией поиска*.

В течении одного *цикла обзора* приёмник анализирует входные наблюдения на предмет обнаружения заданного сигнала и выносит решение о его наличии. С точки зрения теории оптимального приёма обнаружение сигнала сводится к процедуре максимизации апостериорной плотности вероятности и сопоставлении с порогом. Обнаружение сигнала в СРНС осложнено тем, что сигнал имеет неизвестные параметры - доплеровское смещение частоты, задержку, фазу и амплитуду. Обычно обнаружение сигнала осуществляется в расчёте на минимальную заданную амплитуду сигнала. Задача обнаружения сигнала с неизвестной фазой имеет точное решение в виде квадратурного приёмника, заключающееся в вычислении двух корреляционных интегралов:

$$I_{\omega_{\text{доп}},\tau} = \int_0^T y(t) \cdot G_{\text{ДК}}(t - \tau) \cdot \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t) dt,$$



$$Q_{\omega_{\text{доп}}, \tau} = \int_0^T y(t) \cdot G_{\text{ДК}}(t - \tau) \cdot \sin((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t) dt,$$

и последующем вычислении огибающей:

$$S = \sqrt{I^2 + Q^2}.$$

(Здесь  $\omega_{\text{доп}}$  - доплеровское смещение частоты опорного сигнала,  $\tau$  - задержка опорного сигнала,  $y(t)$  - входные наблюдения,  $G_{\text{ДК}}$  - дальномерный код,  $\omega_0$  - номинальная частота сигнала,  $T$  - время накопления сигнала). Задача обнаружения сигнала с неизвестной частотой и задержкой аналитического решения не имеет, поэтому обычно разбивают область всех возможных значений частоты и задержки на ячейки и численно максимизируют функцию правдоподобия. При этом задача сводится к вычислению корреляционных интегралов для каждой ячейки анализа и поиске максимума, что и реализуется на практике.

Статистические характеристики системы поиска сигнала определяются длительностью накопления сигнала. Чем больше длительность накопления, тем больше вероятность правильного обнаружения. Однако увеличение длительности накопления сигнала приведёт к увеличению длительности всей процедуры поиска, поэтому требуется найти оптимум. Кроме того, количество каналов поиска по частоте зависит от длительности интервала накопления. Область всех возможных значений доплеровской частоты была разбита на множество ячеек, а ширина ячейки обратно пропорциональна длительности интервала накопления. В результате удвоение длительности интервала накопления приведёт к удвоению количества каналов поиска по частоте, а, следовательно, к учетверению общего времени перебора всех ячеек.

Для того, чтобы была возможность приёма слабых сигналов без увеличения длительности интервала накопления, вводят дополнительное накопление после расчёта огибающей входного процесса:

$$S = \sum_{k=0}^{NN-1} \sqrt{I_k^2 + Q_k^2}.$$

В результате разработку метода поиска можно разделить на несколько задач:

1. оценка требуемого количества циклов обзора;
2. оценка требуемого времени накопления для процедуры поиска отдельно взятого сигнала;
3. выбор метода организации вычисления корреляционных интегралов.

## 2.2. Обзор известных методов поиска

Вопрос быстрого поиска имеет множество аспектов, учитывающих особенности области использования, не все из которых применимы к рассматриваемой системе межспутниковых измерений (такие, как поиск непериодических кодов). По вопросам поиска сигналов существует большое количество публикаций, направления которых можно разделить на группы:

- оптимизация процедуры накопления сигнала и принятия решения;
- построение обнаружителя в форме согласованного фильтра;
- использование быстрого преобразования Фурье (БПФ) для поиска по частоте;
- поиск по задержке с использованием дискретной свёртки, вычисляемой в спектральной области.

Первая группа публикаций сводится к уменьшению требуемого времени накопления сигнала, а остальные - к оптимизации процедуры вычисления корреляционных интегралов.

Первый подход - оптимизация структуры обнаружения - заключается, как правило, в применении того или иного вида многоэтапной процедуры принятия решения. Так, например в [?] рассматривается трёхэтапная процедура обнаружения, позволяющая получать грубую оценку параметров на первом шаге с последующем их уточнением на двух других шагах. Другой подход известен под названием “последовательный наблюдатель” ([?]). Идея таких алгоритмов заключается в разбиении процесса накопления на несколько этапов с тем, чтобы была возможность отсекавать неправильные варианты по возможности до того, как будет осуществлено полное

накопление. Применение подобного подхода к сигналам СРНС можно найти, например, в [?]. Данные методы позволяют несколько снизить среднюю длительность процесса поиска по сравнению с традиционной структурой, но незначительно - до 15 %, что не достаточно для рассматриваемой задачи.

Построение обнаружителя в форме согласованного фильтра является вариантом распараллеливания процесса вычислений. Данный метод часто встречается в статьях по обнаружению сигналов СРНС и, в отдельных случаях, внедрён на практике. Удобством трансверсального фильтра с практической точки зрения является то, что последовательно идущие отсчёты на его выходе представляют собой значения корреляционных интегралов, вычисленные при соответствующих последовательных значениях задержки. Примеры построения блока быстрого поиска на основе согласованного фильтра можно найти в [?, ?, ?]. В статье [?] рассмотрен вариант согласованного фильтра, который, как утверждается, не уступает по эффективности алгоритму на основе вычисления дискретной свёртки в спектральной области.

Третий подход - наиболее очевидный, заключается в использовании БПФ для поиска сигнала по частоте. Данный метод также используется для обнаружения навигационных сигналов, например, в статьях [?, ?, ?]. Обычно число частотных каналов не очень велико. Так, например, в статье [?] рассматривается поиск в 64 частотных каналах. Выигрыш от использования подобных алгоритмов заключается лишь в эффективности алгоритма БПФ по сравнению с обычным алгоритмом дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Известно, что выигрыш от использования БПФ увеличивается с увеличением объёма анализируемой выборки. При количестве каналов 64 выигрыш составит  $\approx 10$ . Алгоритмы, базирующиеся на основе дискретной свёртки в спектральной области, используют БПФ объёмом несколько тысяч точек для поиска по задержке, поэтому выигрыш от их использования выше. Однако в приёмниках с маленьким количеством вычислительных ресурсов возможно применение БПФ для поиска по частоте, так как БПФ большого объёма требует очень много аппаратных ресурсов.

Подход с использованием дискретной свёртки в спектральной области на основе БПФ, несмотря на ряд своих недостатков, признаётся одним из самых эффективных. Это подтверждается большим количеством публикаций на эту тему - [?, ?, ?, ?]. Данный алгоритм по своей природе лучше подходит для обнаружения сигналов с периодическими кодами, и большее количество работ в этой области посвящено решению задачи приспособления данного алгоритма для сигналов с непериодическими кодами. В системе БАМИ код периодичен, поэтому такой проблемы нет, что является ещё одним доводом в пользу данного алгоритма.

Периодичность кода естественным образом сочетается с тем фактом, что данный алгоритм рассчитывает циклическую свёртку. Если на интервале накопления сигнала помещается несколько периодов дальномерного кода, то возникает некоторая избыточность. Опубликованных материалов о том, как избежать этой избыточности и дополнительно повысить за счёт этого эффективность нет, и этот вопрос рассматривается в настоящей работе.

Ещё одним аргументом в пользу данного алгоритма является возможность осуществлять поиск по частоте путём циклического смещения спектра входного или опорного сигнала, что эквивалентно переносу частоты гетеродинированием во временной области. Данный факт известен и используется в ряде опубликованных работ [?, ?, ?].

### **2.3. Исследование процедуры поиска при отсутствии перечня сигналов**

Данный раздел посвящён решению первой задачи из тех, что были обозначены в разделе 2.1 - определению требуемого количества  $N$  циклов обзора.

Группировка ГЛОНАСС в штатном режиме должна насчитывать 24 спутника. Учитывая геометрию системы, все спутники, кроме антипода - спутника, находящегося на противоположной стороне Земли, находятся в области видимости. Циклограмма работы системы БАМИ устроена таким образом, что одновременно на передачу работает только 6 спутников. Та-

ким образом, приёмник может обнаружить 6 сигналов из 22 возможных. Обозначим количество доступных сигналов  $N_V$ , общее количество сигналов, которые могут быть обнаружены  $N_S$ .

### 2.3.1. Описание процедуры поиска

Приёмник сигналов подвержен воздействию случайных шумов наблюдений, поэтому решение о обнаружении сигнала отдельно взятого спутника является случайным по своей природе. При принятии решения возможны ошибки:

- ложная тревога - принятие решения о наличии сигнала при его отсутствии;
- пропуск сигнала - принятие решения о отсутствии сигнала при его наличии.

После возникновения ложной тревоги передаётся целеуказание на слежение, и в режиме слежения приёмник определяет, что сигнала нет, и передаёт данный НС обратно обнаружителю. При расчёте требуемого количества циклов обзора полагаем, что это происходит быстро и вероятность ложной тревоги далее в разделе не учитывается.

Достижение высоких вероятностных показателей при обнаружении сигнала приводит к необходимости увеличивать время накопления сигнала, а время, выделенное на поиск, ограничено. В результате необходимо выбрать некоторые вероятностные характеристики, которые позволят решить поставленную задачу за минимальное время.

При поиске приёмник работает со списком сигналов, каждый из которых может находиться в состоянии “обнаружен” или “не обнаружен”. Тот факт, что при каждом цикле обзора, связанном с обращением к конкретному сигналу, может быть принято неверное решение, приводит к тому, что возможна ситуация, при которой после обзора всех возможных сигналов требуемое количество сигналов не обнаружено. В этом случае приёмник должен повторно осуществить поиск среди ещё не обнаруженных сигналов. Процедура поиска последовательно перебирает элементы списка, возвращаясь к его началу до тех пор, пока не будет обнаружено требуемое

количество сигналов, либо кончится выделенное время работы, которое будет задано в виде максимального количества циклов обзора  $N$ . Каждый проход по списку в разделе 2.1 был назван *стадией поиска*.

### 2.3.2. Анализ необходимого количества циклов обзора

Итак, процедура поиска разбита на стадии. На каждой новой стадии приёмник работает по списку сигналов, часть из которых уже обнаружена на предыдущих стадиях, и исключается из рассмотрения. Обозначим  $k$  - номер стадии поиска,  $N_{S_k}$  - общее количество сигналов для анализа, оставшееся на начало  $k$  стадии,  $N_{V_k}$  - количество сигналов, которые могут быть обнаружены на  $k$  стадии (соответствующие НС находятся в области видимости). Для иллюстрации на рисунке 2.1 схематично изображено несколько стадий процесса поиска. На данном рисунке для упрощения общее количество сигналов взято равным 9, из которых 4 доступны для приёма. После первого прохода списка приёмник обнаружил только 2 из 4 возможных сигналов, поэтому на следующей стадии поиска приёмник будет рассматривать уже не 9, а 7 сигналов. На второй стадии приёмник обнаружил ещё один сигнал, поэтому на третьей стадии будет осуществляться поиск из 6 вариантов. Следует отметить важное обстоятельство. Учитывая то, что процесс обнаружения носит вероятностный характер, количество сигналов для поиска на каждой новой стадии будет случайным числом.

При поиске отдельно взятого сигнала можно получить вероятность правильного обнаружения при его наличии. В процессе перебора приёмник не может знать о факте наличия или отсутствия сигнала, поэтому напрямую связать вероятность правильного обнаружения при наличии сигнала с количеством циклов обзора нельзя. Здесь необходимо разделить два понятия. Приёмник, последовательно перебирая сигналы, “обращается” к каждому из сигналов, и, если приёмник “обратился” к доступному сигналу (соответствующий НС находится в области видимости), то сигнал может быть “обнаружен”. Для того, чтобы связать вероятность обнаружения при условии наличия сигнала с процедурой перебора сигналов, определим сначала распределение количества доступных сигналов, к которым приёмник “обратился”, после чего рассчитаем распределение количества сигналов, ко-

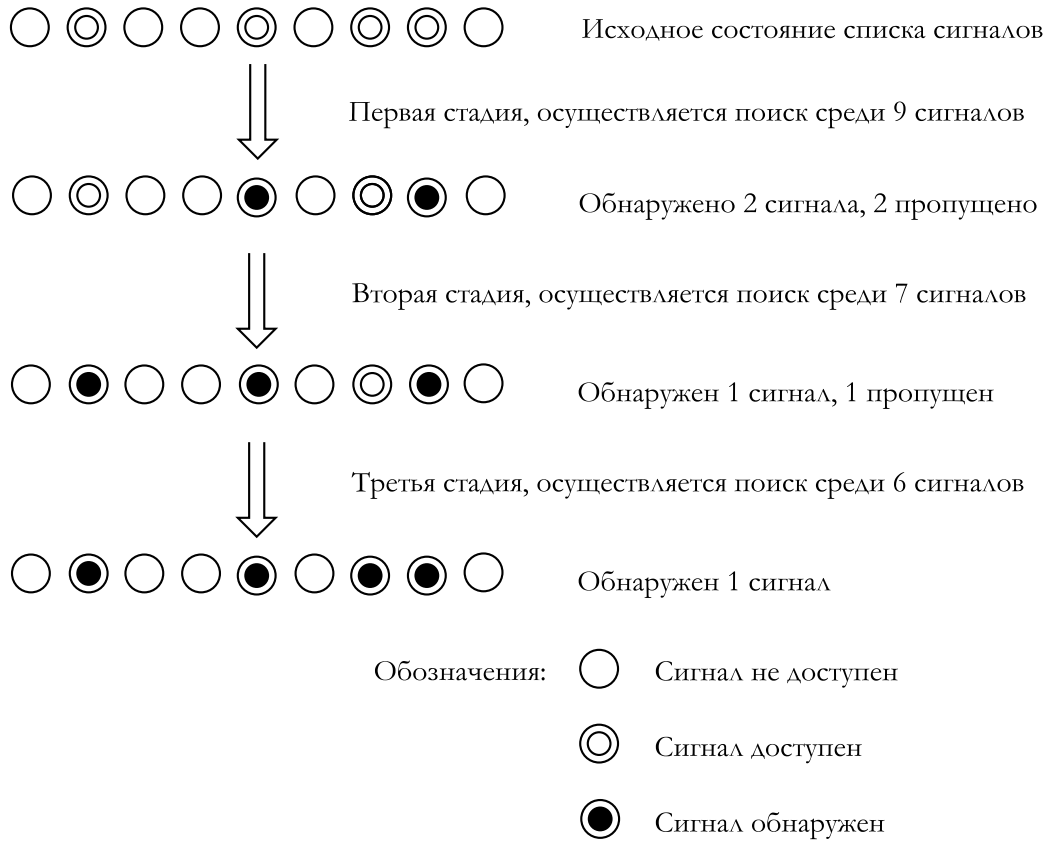


Рис. 2.1: Пример работы системы поиска сигналов

которые будут обнаружены.

Для процедуры поиска задано максимальное количество циклов обзора. К началу  $k$  стадии поиска часть циклов обзора уже совершено. Пусть  $n$  - оставшееся количество циклов обзора. Если  $n \geq N_{S_k}$ , то количество доступных сигналов, к которым “обратится” приёмник в процессе перебора, равно  $m = N_{V_k}$ . Если  $n \leq N_{S_k}$ , т. е. это последняя стадия поиска и не весь список оставшихся сигналов будет проанализирован, то количество доступных сигналов, к которым “обратится” приёмник будет случайным. Распределение их количества определяется гипергеометрической формулой ([?, с. 21], [?]):

$$P(m) = \frac{C_{N_{V_k}}^m \cdot C_{N_{S_k} - N_{V_k}}^{n-m}}{C_{N_{S_k}}^n}. \quad (2.1)$$

При заданной вероятности правильного обнаружения распределение количества сигналов  $d$ , которые будут обнаружены из  $m$  встретившихся, определяется биномиальным распределением ([?], [?]):

$$P(d|m) = C_m^d \cdot P_D^d \cdot (1 - P_D)^{m-d}. \quad (2.2)$$

Используя формулу Байеса, получим распределение количества обнаруженных на  $k$  стадии сигналов:

$$P_k(d) = P(d|m) \cdot P(m). \quad (2.3)$$

Для того, чтобы была возможность рассчитать распределение количества найденных сигналов для всей процедуры, необходимо связать вместе все стадии. Количество сигналов, оставшихся для поиска на последующих стадиях, определяется количеством обнаруженных на данной стадии сигналов, а это случайное число. На рисунке 2.2 изображена диаграмма возможных исходов процесса поиска. В зависимости от количества найденных на каждой стадии поиска сигналов процесс поиска будет происходить по той или иной ветви данной диаграммы. Для того, чтобы получить окончатель-

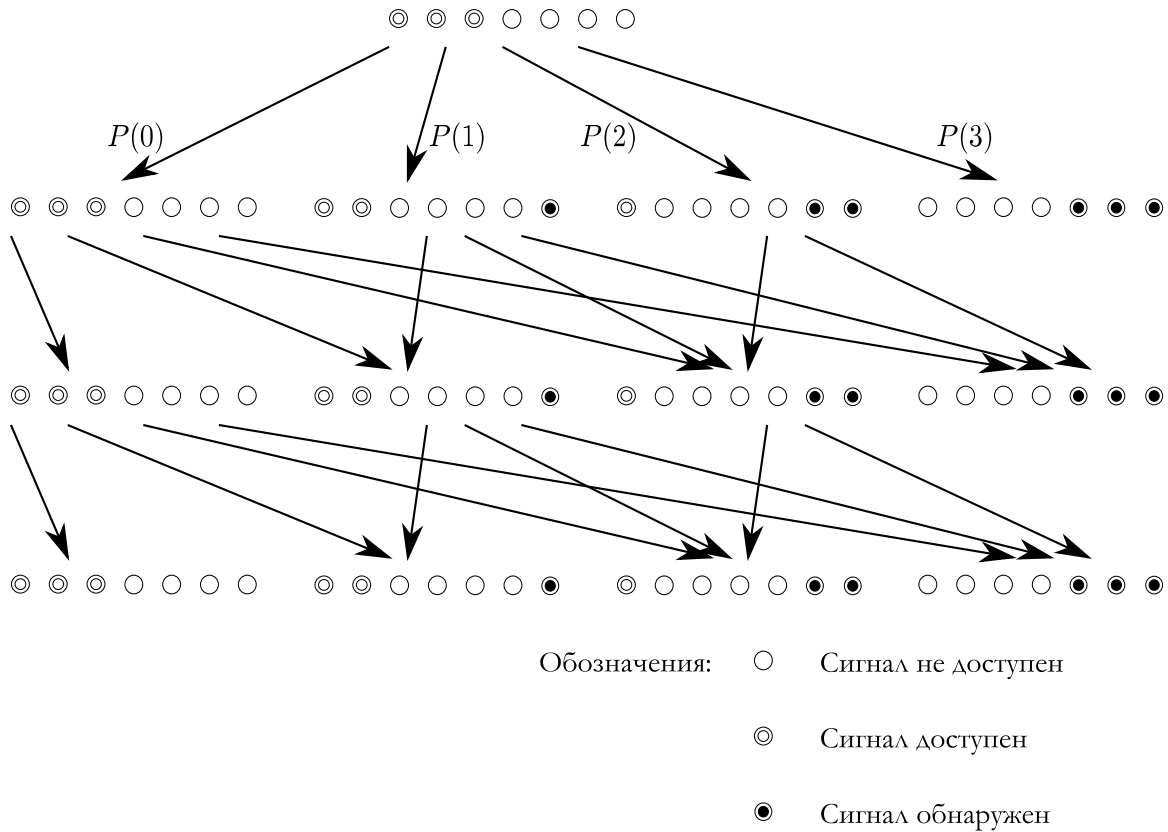


Рис. 2.2: Диаграмма возможных исходов процедуры поиска

ное распределение количества найденных сигналов, необходимо провести усреднение по каждой ветви такой диаграммы. Обозначим  $P_k(d)$  - распределение количества найденных на самой  $k$  процедуре сигналов, а  $P_{>k}(c|d)$  - распределение количества найденных сигналов на всей оставшейся части



процедуры поиска при условии, что на  $k$ -ой стадии найдено  $d$  сигналов. В этом случае количество сигналов, найденное на всей оставшейся после  $k - 1$  стадии части процедуры будет определяться выражением:

$$P_{>k-1}(c|d) = \sum_{d=0}^{N_V} P_k(d) \cdot P_{>k}(c|d). \quad (2.4)$$

Для последней процедуры поиска будет выполняться выражение:

$$P_{>k}(c|d) = P_k(d).$$

Выражения (2.4), (2.3), (2.2) и (2.1) позволяют рекуррентно рассчитать распределение количества обнаруженных сигналов после  $N$  циклов обзора  $P(d) = P_{>0}(d|0)$ .

Имея распределение количества обнаруженных сигналов, можно рассчитать, например, вероятность обнаружения не менее  $N_{min}$  сигналов:

$$P(n \geq N_{min}) = \sum_{d=N_{min}}^{N_V} P(d).$$

**Расчёт количества процедур поиска** Для расчёта количества обнаруженных сигналов создана специальная программа, текст которой приведён в приложении V. В результате работы данной программы рассчитана вероятность обнаружения всех сигналов от количества циклов обзора при различных величинах вероятности правильного обнаружения  $P_D$ . Данная зависимость изображена на графике 2.3. По данному графику следует дать некоторые пояснения. При  $P_D = 1$  рассматривается идеальный обнаружитель. Для такого обнаружителя термины “обратился” к сигналу и “обнаружил” сигнал означают одно и то же. В связи с этим после одной стадии поиска, когда будет просмотрен весь список сигналов, все доступные сигналы будут обнаружены. В связи с этим график при  $P_D = 1$  на рисунке 2.3 доходит до единицы при  $N = 22$ . Все остальные графики построены для случая неидеального обнаружителя, поэтому необходимо большее количество циклов обзора.

Чем выше вероятность правильного обнаружения, тем меньше циклов обзора требуется для достижения поставленной задачи. Однако обеспечение высокой вероятности правильного обнаружения приводит к большей

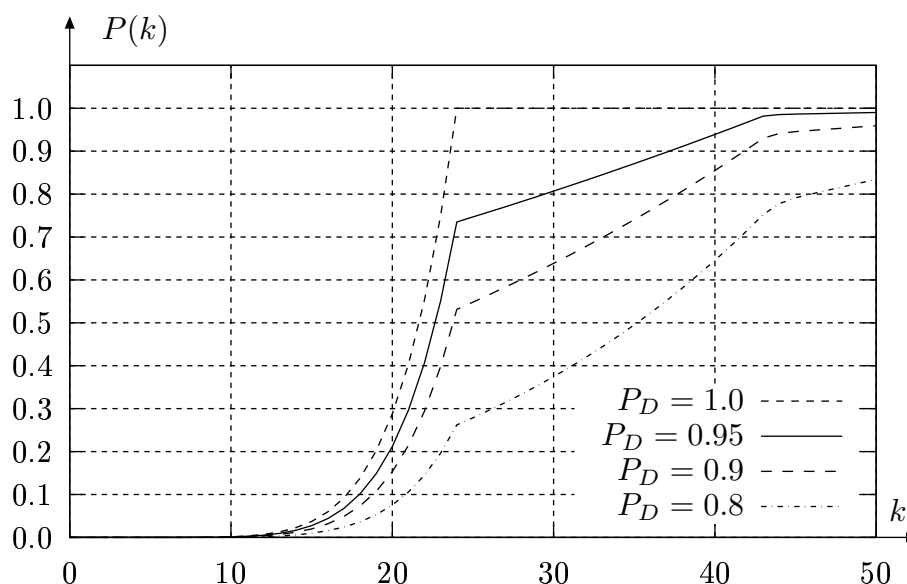


Рис. 2.3: Зависимость вероятности обнаружения всех сигналов от количества циклов обзора

длительности интервала накопления, поэтому длительность отдельного цикла обзора увеличивается. Таким образом, выбор вероятности правильного обнаружения  $P_D$  является объектом оптимизации, выполнить которую можно после того, как будет получена взаимосвязь длительности цикла обзора одного сигнала и вероятности правильного обнаружения.

В таблице 2.1 приведено количество циклов обзора, необходимое для обнаружения всех сигналов с вероятностью 0.95.

$P_D$	1	0.95	0.9	0.8
$N$	22	40	46	60

Таблица 2.1: Количество циклов обзора, требуемое для обнаружения всех сигналов с вероятностью 0.95

#### 2.4. Исследование поиска навигационного сигнала на базе стандартных корреляторов

Рассмотрим решение второй из поставленных в разделе 2.1 задач - оценку требуемого времени накопления для процедуры поиска отдельно взятого сигнала. Результат этого исследования будет использован для демонстрации того, что решить задачу поиска с использованием традицион-

ной структуры на основе корреляторов нельзя, и необходимо построение специализированного блока поиска.

#### 2.4.1. Постановка задачи поиска сигнала

Рассматривается задача поиска сигнала вида

$$s_k = AG_{\text{ДК}}(t_k - \tau_k) \cos((\omega_i + \omega_{\text{доп}})t_k + \varphi_0)$$

на фоне дискретного белого гауссовского шума с дисперсией  $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2T_D}$ . В приведённом выше выражении  $A$  - амплитуда сигнала,  $G_{\text{ДК}}$  - дальномерный код сигнала,  $\tau_k$  - задержка сигнала,  $\omega_i$  - номинальная промежуточная частота сигнала,  $\omega_{\text{доп}}$  - доплеровское смещение частоты.

Поиск сигнала заключается в:

- определении факта наличия сигнала;
- оценке доплеровского смещения частоты сигнала;
- оценке задержки сигнала.

#### 2.4.2. Метод обнаружения сигнала

В соответствии со статистической теорией радиосистем [?] обнаружение сигнала сводится к максимизации апостериорной плотности вероятности. Учитывая то, что априорное распределение значений неизвестных параметров (фазы, частоты и задержки) является равномерным, вместо апостериорной плотности вероятности можно использовать функцию правдоподобия. Запишем функцию правдоподобия для рассматриваемого случая:

$$p(Y_0^T | \lambda) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{N-1} s_i(\lambda) \cdot \left( y_i - \frac{1}{2}s_i(\lambda) \right) \right\}$$

В сигнал входят неизвестные параметры. В соответствии с теорией необходимо провести усреднение функции правдоподобия по неизвестным параметрам. Это можно осуществить для неизвестной начальной фазы сигнала:

$$p(Y_0^T | \lambda) = I_0(X(\omega, \tau)), \quad (2.5)$$

где  $I_0(x)$  - функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента,

$$X(\omega, \tau) = \sqrt{I^2(\omega, \tau) + Q^2(\omega, \tau)},$$

$$I(\omega, \tau) = \sum_{i=0}^{N-1} y_i G_{\text{ДК}}(t_i - \tau) \cos((\omega_0 + \omega)t_i), \quad (2.6)$$

$$Q(\omega, \tau) = \sum_{i=0}^{N-1} y_i G_{\text{ДК}}(t_i - \tau) \sin((\omega_0 + \omega)t_i), \quad (2.7)$$

где  $N = T/T_{\text{Д}}$  - количество отсчётов на интервале накопления сигнала  $T$ .

Усреднение функции правдоподобия по частоте и задержке аналитически не осуществимо, поэтому используется метод прямого поиска. Для этого весь диапазон возможных значений частоты и задержки разбивается на множество ячеек, после чего, вычисляя значение выражения (2.5) в каждой ячейке, осуществляется поиск глобального максимума.

Учитывая монотонность функции Бесселя в области положительных чисел, можно от формулы (2.5) перейти к формуле

$$r(\omega, \tau) = I^2(\omega, \tau) + Q^2(\omega, \tau). \quad (2.8)$$

В реальном навигационном приёмнике длительность накопления сигнала в корреляторе (2.5) ограничена. Как было отмечено в разделе 2.1, большое время накопления в корреляторе ведёт к большому количеству каналов поиска по частоте, что увеличивает время поиска. Для того, чтобы была возможность принимать слабые сигналы не увеличивая длительность интервала накопления сигнала в корреляторе, используют дополнительное накопление огибающей по формуле:

$$R(\omega, \tau) = \sum_{k=0}^{NN-1} (I_k^2(\omega, \tau) + Q_k^2(\omega, \tau)). \quad (2.9)$$

При вычислении квадрата огибающей информация о фазе пропадает, в результате чего накопление квадрата огибающей не ведёт к увеличению необходимого количества частотных каналов. В реальных приёмниках поиск глобального максимума функции правдоподобия слишком сложен, поэтому используется урезанная версия алгоритма, заключающаяся в том, что

величина, накопленная в каждой ячейке анализа в соответствии с выражением (2.8) (для соответствующего сочетания частоты и задержки сигнала), сопоставляется с порогом. Если порог превышен, принимается решение о том, что сигнал обнаружен и процедура поиска прекращается. В качестве оценки частоты и задержки используются значения, соответствующие ячейке поиска, в которой был превышен порог.

### 2.4.3. Расчёт характеристик алгоритма обнаружения сигналов

Для проведения анализа характеристик алгоритма поиска необходимо рассчитать статистические параметры величины, получаемой в результате вычисления выражения (2.9). Статистические характеристики величин (2.6 - 2.7) известны [?]. При наличии сигнала в текущей ячейке поиска они определяются выражениями:

$$Q_k = 2q_{c/n_0} T G_{\text{НС},k} \rho(\varepsilon_\tau) \sin(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega T/2) \text{sinc}(\varepsilon_\omega T/2) + n_{Q,k}, \quad (2.10)$$

$$I_k = 2q_{c/n_0} T G_{\text{НС},k} \rho(\varepsilon_\tau) \cos(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega T/2) \text{sinc}(\varepsilon_\omega T/2) + n_{I,k}, \quad (2.11)$$

где  $n_{I,k}$  и  $n_{Q,k}$  - независимые гауссовские случайные величины с дисперсией  $\sigma^2 = 2q_{c/n_0} T$ ,  $\rho(\tau)$  - автокорреляционная функция дальномерного кода,  $\varepsilon_\varphi$ ,  $\varepsilon_\omega$ ,  $\varepsilon_\tau$  - разность фазы, частоты и задержки входного и опорного сигналов.

Дальнейшие расчёты будут проведены при допущении, что параметры входного сигнала совпадают с параметрами опорного сигнала в одной из ячеек поиска. В реальности будет существовать расхождение параметров, которое, в соответствии с выражениями (2.10) и (2.11) приведёт к снижению систематической составляющей на выходе коррелятора. Численное моделирование, проведённое с использованием описанной в разделе 2.6 модели обнаружителя показывает, что такое расхождение по сравнению с идеальной ситуацией совпадения параметров приводит к потерям 1.2 дБ. Данные потери будут позднее учтены путём оптимизации параметров обнаружителя отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума  $q_{c/n_0}$  на 1.2 дБ меньше заданного, что компенсирует эти потери.

В этом случае величина, определяемая выражением (2.9) описывается

нецентральным  $\chi^2$ -распределением:

$$p(x) = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{x}{S^2} \right)^{(M-1)/2} e^{-(x+S^2)/(2\sigma^2)} I_{M-1} \left( \frac{S\sqrt{x}}{\sigma^2} \right),$$

где

$$S^2 = \sum_{k=0}^{2M-1} m_j^2,$$

$m_j$  - математические ожидания величин в выражениях (2.10 - 2.11).

$$\begin{aligned} S^2 &= \sum_{i=0}^M (2q_{c/n_0} T G_{\text{НС},k} \rho(\varepsilon_\tau) \cos(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega T/2) \text{sinc}(\varepsilon_\omega T/2))^2 + \\ &+ \sum_{i=0}^M (2q_{c/n_0} T G_{\text{НС},k} \rho(\varepsilon_\tau) \sin(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega T/2) \text{sinc}(\varepsilon_\omega T/2))^2 = \\ &= M (2q_{c/n_0} T \rho(\varepsilon_\tau) \text{sinc}(\varepsilon_\tau T/2))^2 \end{aligned}$$

При отсутствии сигнала распределение будет центральным  $\chi^2$ -распределением:

$$p_0(x) = \frac{1}{2^M \sigma^{2M} \Gamma(M)} x^{M-1} e^{-x/(2\sigma^2)},$$

где  $\Gamma(M) = \int_0^{+\infty} y^{M-1} e^{-y} dy = (M-1)!$ .

Вероятность ложной тревоги можно рассчитать по формуле:

$$P_F = \int_h^{+\infty} p_0(x) dx,$$

где  $h$  - величина порога обнаружения. Вводя нормированную величину  $u = x/(2\sigma^2)$ , получим:

$$p_0(x) dx = \frac{1}{\Gamma(M)} u^{M-1} e^{-u} du,$$

$$P_F = \int_{h_0}^{+\infty} \frac{1}{\Gamma(M)} u^{M-1} e^{-u} du, \quad (2.12)$$

где  $h_0 = h/(2\sigma^2)$ . Данное выражение можно вычислить приближённо:

$$P_F = \left( 1 + h_0 + \frac{1}{2!} h_0^2 + \dots + \frac{1}{(M-1)! h_0^{M-1}} \right) e^{-h_0}. \quad (2.13)$$

Вероятность правильного обнаружения можно определить по формуле:

$$P_D = \int_h^{+\infty} p_1(x) dx.$$

Вводя нормированную переменную  $u = x / (2\sigma^2)$ , получим:

$$p_1(x) dx = \left(\frac{u}{L}\right)^{(M-1)/2} e^{-(u+L)} I_{M-1}(\sqrt{2Lu}) du,$$

где  $L = \frac{S^2}{2\sigma^2} = 2q_{c/n_0} T \cdot M (\rho(\varepsilon_\tau) \text{sinc}(\varepsilon_\omega T/2))^2$ .

Вероятность правильного обнаружения:

$$P_D = \int_h^{+\infty} \left(\frac{u}{L}\right)^{(M-1)/2} e^{-(u+L)} I_{M-1}(\sqrt{4uL}) du. \quad (2.14)$$

Приведённые выше выражения для вероятности ложной тревоги (2.12) и правильного обнаружения (2.14) относятся к задаче обнаружения сигнала с известными параметрами. В задаче поиска навигационного сигнала дело обстоит иначе - частота и задержка сигнала не известны. Задача сведена к обнаружению сигнала в одной из ячеек анализа. Таким образом, вероятности, рассчитанные по формулам (2.12) и (2.14) относятся к обнаружению сигнала в отдельно взятой ячейке.

Далее делаем два предположения. Первое - сигнал находится только в одной ячейке анализа. Второе - флуктуационные составляющие на выходе каждой из ячеек предполагаются независимыми. Таким образом, задачу можно рассматривать, как  $N_f \cdot N_\tau$  независимых испытаний.

Предположим, что вероятность ложной тревоги в каждой ячейке равна  $P_F$ . В этом случае общая вероятность ложной тревоги равна:

$$P_{F_{N_f \cdot N_\tau}} = 1 - (1 - P_F)^{N_f \cdot N_\tau}. \quad (2.15)$$

На всю процедуру поиска задана только вероятность правильного обнаружения сигнала. Ложная тревога, возникшая в ячейке анализа, не соответствующей ячейке, в которой находится сигнал, приведёт к неверной оценке частоты и задержке сигнала. Выберем вероятность ошибочного решения, как:

$$P_{F_{N_f \cdot N_\tau}} = \frac{1 - P_D}{2}. \quad (2.16)$$

Учитывая выражение (2.15) определим требуемую вероятность ложной тревоги в одной ячейке анализа:

$$P_F = 1 - \left(1 - P_{F_{N_f \cdot N_\tau}}\right)^{\frac{1}{N_f \cdot N_\tau}}.$$

#### 2.4.4. Анализ длительности поиска сигнала

Выражения (2.12 - 2.14) позволяют рассчитать вероятность ложной тревоги и правильного обнаружения при заданном пороге. Величина порога может отличаться в зависимости от используемого критерия обнаружения.

При отсутствии априорных сведений о наличии сигнала традиционно принято использовать критерий Неймана-Пирсона. При использовании критерия Неймана-Пирсона задаётся вероятность ложной тревоги  $P_F$ , которую должен обеспечивать приёмник. При этом величина порога обнаружения выбирается таким образом, чтобы максимизировать вероятность правильного обнаружения. При поиске сигнала по частоте и задержке общая вероятность ложной тревоги выбирается из выражения (2.16). В этом случае величину порога обнаружения можно выбрать исходя из вероятности ложной тревоги в одной ячейке анализа:

$$P_F = 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{P_D}{2} \right)^{\frac{1}{N_F \cdot N_\tau}}. \quad (2.17)$$

Рассчитав вероятность ложной тревоги в одной ячейке, получим величину порога:

$$p_0(h_0 = h_{\text{НП}}) = P_F,$$

где  $p_0(h_0)$  определяется выражением (2.12).

Расчёт по данным формулам позволяет определить длительность анализа отдельно взятой позиции поиска по частоте и задержке. Для этого необходимо определить количество накапливаемых отсчётов квадрата огибающей  $NN$  по формуле (2.9). При этом накопление сигнала может осуществляться при различной длительности интервала накопления сигнала  $T$  (2.6), поэтому расчёт проведён для нескольких значений  $T$ . Результаты сведены в таблицу 2.2.

Теперь можно выбрать величину вероятности правильного обнаружения, при которой время поиска будет минимальным. Рассмотрим гипотетически обнаружение сигнала одноканальным приёмником, который рассчитывает все корреляционные интегралы последовательно. Количество ячеек поиска по задержке при поиске сигнала БАМИ равно  $N_\tau = 8190$ , диапазон



$T$ , мс	$P_D = 0.8$	$P_D = 0.9$	$P_D = 0.95$
1.57	17	20	23
3.15	7	8	9
6.3	3	4	4

Таблица 2.2: Требуемое количество накапливаемых отсчётов квадрата огибающей

поиска по доплеровскому смещению частоты составляет  $\pm 45$  кГц. Количество каналов поиска по частоте  $N_F$  зависит от длительности интервала накопления. В таблицу 2.3 собраны результаты расчёта длительности поиска сигнала  $T_{\text{поиска}}$  при последовательном анализе ячеек в одноканальном приёмнике для разных сочетаний времени накопления  $T$  и заданной вероятности правильного обнаружения  $P_D$ .  $NN$  - количество накапливаемых отсчётов квадрата огибающей. Из последнего столбца данной таблицы следует, что время поиска будет значительным. Для сокращения длительности поиска обычно использую распараллеливание каналов приёмника. Если заданная длительность поиска составляет 1 с, то фактически в последнем столбце таблицы 2.3 находится требуемое количество каналов приёмника. Это количество слишком велико. Типичное количество каналов приёмника не превышает 100. Эта таблица относится только к одному циклу обзора, а требуемое их количество можно найти на графике 2.3 и в таблице 2.1. Таким образом, можно сделать вывод о том, что использовать традиционный подход к поиску сигнала на основе корреляторов не удастся. Необходимо создать специализированный блок поиска сигналов, чему посвящён следующий раздел.

## 2.5. Разработка алгоритма быстрого поиска сигналов

Из результатов раздела 2.4.4 следует, что общее время поиска в приёмнике при использовании традиционной структуры на основе корреляторов слишком велико. Снижение времени поиска до заданного путём простого распараллеливания каналов требует слишком больших аппаратных затрат. Необходимо использовать более совершенные вычислительные алгоритмы. В данном разделе будет решена последняя из поставленных в

$T$ , мс	$P_D$	$N_F$	$NN$	$T_{\text{поиска}}$ , с
1.55	0.95	140	23	$4.1 \cdot 10^4$
	0.9		20	$3.5 \cdot 10^4$
	0.8		17	$3.0 \cdot 10^4$
3.15	0.95	280	9	$6.5 \cdot 10^4$
	0.9		8	$5.7 \cdot 10^4$
	0.8		7	$5.1 \cdot 10^4$
6.3	0.95	560	4	$1.1 \cdot 10^5$
	0.9		4	$1.1 \cdot 10^5$
	0.8		3	$8.6 \cdot 10^4$

Таблица 2.3: Время поиска при различных длительностях интервала накопления  $T$  и вероятностях правильного обнаружения  $P_D$

разделе 2.1 задач - выбор метода организации вычислений корреляционных интегралов.

### 2.5.1. Теоретические основы алгоритма

Известна реализация алгоритма быстрого поиска навигационного сигнала, основанная на теореме о дискретном свёртке в спектральной области. Кроме того, перенос частоты сигнала в спектральной области представляет собой простое циклическое смещение массива со спектром сигнала. Рассмотрим это более подробно.

#### Теорема о дискретной свёртке в спектральной области

Данная теорема связывает временное и спектральное представление свёртки двух сигналов [?] и нашла широкое применение в цифровой обработке сигнала в качестве метода реализации фильтров с конечной импульсной характеристикой. Учитывая простоту данной теоремы, ниже приведено её доказательство.

Пусть есть два дискретных сигнала,  $x_k$  и  $y_k$ , периодичных с периодом  $N$ . Дискретная свёртка этих процессов имеет вид:

$$z_k = \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cdot y_{k-m}, \quad k \in [0; N - 1] \quad (2.18)$$

Подставляя сюда выражения для обратного дискретного преобразования

Фурье, получим:

$$\begin{aligned} z_k &= \sum_{m=0}^{N-1} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j\frac{2\pi}{N}nm} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y_i e^{j\frac{2\pi}{N}m(k-m)} = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} X_n Y_i e^{j\frac{2\pi}{N}ik} e^{j\frac{2\pi}{N}m(n-i)}. \end{aligned}$$

Здесь необходимо учесть тот факт, что

$$\sum_{m=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}m(n-i)} = \begin{cases} N, & n \equiv i, \\ 0, & n \neq i. \end{cases}$$

В результате получим:

$$z_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n Y_n e^{j\frac{2\pi}{N}kn}.$$

Данное выражение описывает обратное преобразование Фурье от произведения спектров исходных сигналов.

Рассмотрим то, как можно применить данную теорему для задачи поиска сигнала. При обнаружении необходимо для различных значений задержки вычислить корреляционные интегралы (2.6), (2.7). Для этого опорный сигнал многократно сдвигается относительно приходящего по задержке с вычислением скалярного произведения входного и опорного сигналов. В дискретном виде это можно записать:

$$r_k = \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cdot y_{m-k} \quad \text{при всех } m \in [0; N-1] \quad (2.19)$$

Данное выражение отличается от выражения для дискретной свёртки (2.18) только тем, что второй сигнал оказывается “развёрнутым” во времени. Таким образом, подставив опорный сигнал, заранее “развёрнутый” во времени в выражение для свёртки (2.18), можно рассчитать все требуемые корреляционные интегралы. При этом получается следующий алгоритм расчёта:

- рассчитывается спектр опорного сигнала, развёрнутого во времени;
- рассчитывается спектр входного сигнала;

- осуществляется поэлементное перемножение массивов спектров;
- осуществляется обратное спектральное преобразование.

“Развернуть” во времени опорный сигнал можно и в спектральной области:

$$\begin{aligned} \text{ОДПФ}\{Z_n^*\} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Z_n^* e^{j\frac{2\pi}{N}kn} = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left( Z_n e^{j\frac{2\pi}{N}(-k)n} \right)^* = z_{-k}. \end{aligned}$$

В результате для “разворота” во времени опорного сигнала можно использовать комплексно-сопряжённый спектр исходного сигнала.

## Перенос частоты сигнала в спектральной области

Поиск по частоте также можно реализовать в спектральной области. Поиск по частоте осуществляется путём умножения входного сигнала на комплексную экспоненту соответствующей частоты, что в спектральной области превращается в сдвиг:

$$\begin{aligned} \text{ДПФ}\{y_k \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}km}\} &= \sum_{k=0}^{N-1} y_k \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}km} e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} y_k \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}k(n-m)} = Y_{n-m} \end{aligned}$$

Учитывая периодичность спектра дискретного сигнала необходимо осуществлять циклический сдвиг. Сдвиг спектра на один отсчёт сместит частоту на  $\frac{1}{T}$ , где  $T = N \cdot T_{\text{д}}$  - длительность анализируемой выборки сигнала.

### 2.5.2. Описание алгоритма поиска сигналов с использованием дискретной свёртки

Рассмотрим использование соотношений, описанных в разделе 2.5.1, при поиске навигационного сигнала. В навигационном сигнале используется модуляция дальномерным кодом, который является периодичным. Поиск по задержке осуществляется путём смещения опорного дальномерного

кода на дискретные шаги, которые обычно выбираются равными половине длительности символа ПСП. Корреляционный интеграл можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 R_m &= \sum_{i=0}^{N_D-1} y_i \cdot e^{j(\omega_0 + \omega_{\text{доп}})T_D i} \cdot G_{\text{ДК},k(i)-m} = \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} G_{\text{ДК},k-m} \sum_{j=i(k)}^{i(k+1)} y_j \cdot e^{j(\omega_0 + \omega_{\text{доп}})T_D j} = \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} G_{\text{ДК},k-m} \cdot u_k,
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

где  $N_D$  - количество отсчётов дискретизации на длительности накопления,  $\omega_0$  - номинальное значение частоты сигнала,  $\omega_{\text{доп}}$  - смещение частоты опорного сигнала в текущем канале поиска по частоте,  $k(i)$  - номер позиции опорного дальномерного кода, соответствующий  $i$ -ому отсчёту,  $m$  - номер канала поиска по задержке. В данном выражении исходная сумма разбита на  $N$  подсумм, каждая из которых соответствует своему участку дальномерного кода. Очевидно, что данное преобразование ничего в результирующем выражении не изменило, но дальнейшая обработка будет осуществляться над предварительно накопленным сигналом  $u_k$ .

Корреляционный интеграл (2.20) представлен в той же форме, что и (2.19). В результате вычисления корреляционного интеграла  $R_m$  возможно с использованием теоремы о дискретной свёртке в спектральной области.

Для поиска по частоте в спектральной области нужно использовать приближённый вариант выражения (2.20). Учитывая, что диапазон доплеровского смещения частоты невелик, можно записать:

$$\begin{aligned}
 R_m &= \sum_{k=0}^{N-1} G_{\text{ДК},k-m} e^{j\omega_{\text{доп}}T_X k} \sum_{j=i(k)}^{i(k+1)} y_j \cdot e^{j\omega_0 T_D j} = \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} G_{\text{ДК},k-m} \cdot e^{j\omega_{\text{доп}}T_X k} \cdot \tilde{u}_k,
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

где  $T_X$  - длительность одной позиции опорного кода. В результате можно осуществлять поиск по частоте над предварительно накопленным сигналом  $\tilde{u}_k$ . Данный подход приводит к определённым потерям, однако, учитывая

то, что длительность интервала  $T_X$ , составляющая половину длительности символа ПСП, мала (доли микросекунды), потери незначительны.

В результате получен алгоритм, структура которого изображена на рисунке 2.4. Подобная структура известна по ряду публикаций: [?, ?].

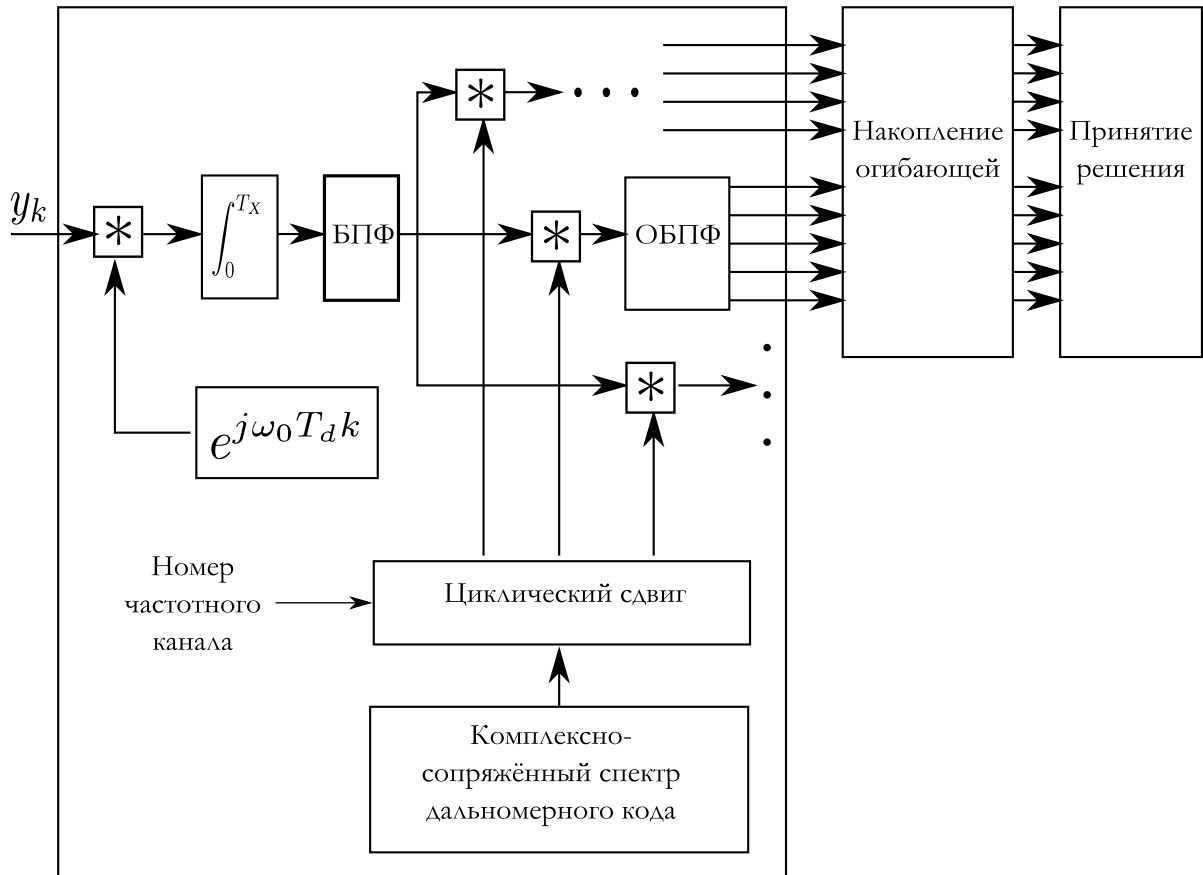


Рис. 2.4: Структура алгоритма поиска сигнала

### 2.5.3. Проблема избыточности алгоритма

Описанный выше алгоритм имеет недостаток, выражающийся в определённой избыточности вычислений. Избыточность алгоритма можно проиллюстрировать с использованием рисунка 2.5. Объём предварительно накопленного массива данных  $\tilde{y}_k$  определяется длительностью интервала накопления и шагом поиска. Длительность шага поиска определяется видом дальномерного кода, а длительность интервала накопления - требуемыми характеристиками обнаружения. В то же время количество символов на периоде дальномерного кода фиксирована. Если длительность интервала накопления будет в два раза больше, чем длительность периода ко-

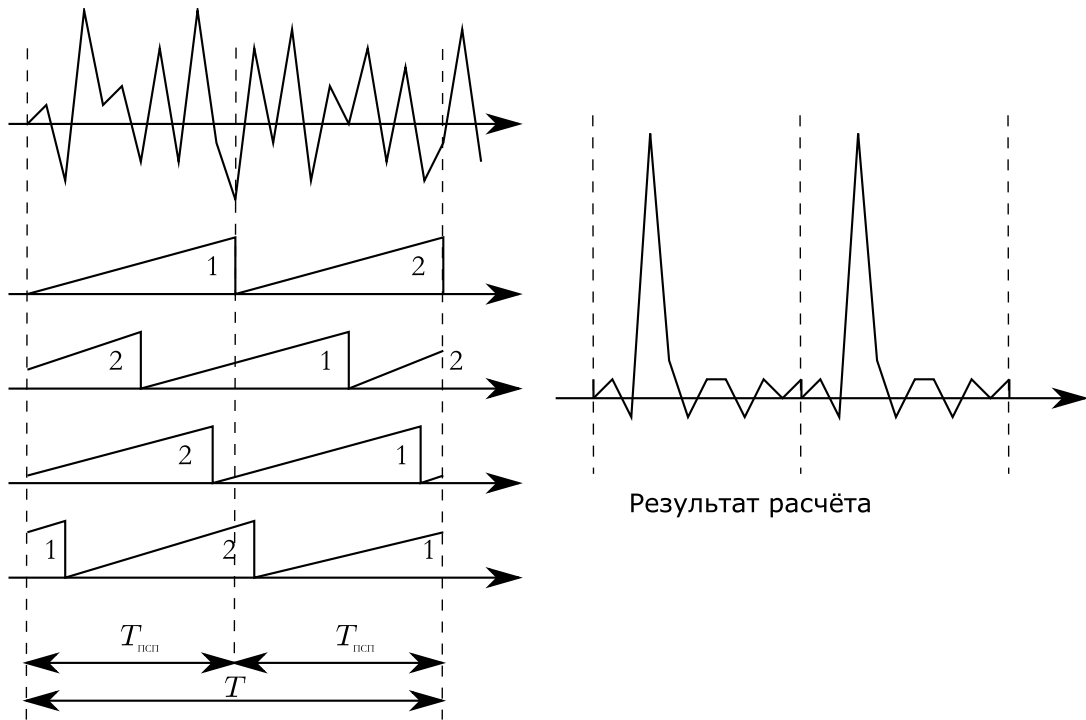


Рис. 2.5: Иллюстрация избыточности алгоритма

да, возникнет определённая избыточность. На рисунке 2.5 условно показан период накопления, содержащий два одинаковых периода дальномерного кода (изображены в виде треугольников). При расчёте корреляционных интегралов для разных значений задержек опорный сигнал сдвигается и специфика описанного в предыдущем разделе алгоритма такова, что рассчитываются значения при всех возможных задержках в диапазоне  $[0; T]$ . Так как период дальномерного кода в рассматриваемом случае в два раза меньше, опорный сигнал, сдвинутый на  $T/2$  совпадает с исходным. В результате одно и то же значение корреляционного интеграла рассчитывается два раза. На правой части рисунка изображён результат - рассчитанная функция содержит два одинаковых периода.

#### 2.5.4. Разработка модифицированного алгоритма поиска

Предлагается метод сокращения избыточности. Описываемый ниже алгоритм позволяет сократить объём предварительно накопленного массива  $\tilde{u}_k$  до минимально возможного, определяемого только количеством позиций поиска по задержке на длительности периода дальномерного кода.

Для того, чтобы осуществить это, необходимо осуществить суммирование соответствующих позиций накопления в соседних периодах дальномерного кода. Пусть  $N_X$  - количество позиций поиска на длительности дальномерного кода, а  $N$  - количество позиций поиска на длительности интервала накопления, причём  $N > N_X$ . Дополним массив предварительно накопленных данных нулями до объёма, кратного  $N_X$ , что, очевидно, ничего не изменит. Объём нового массива будет равен  $NN = N_X \cdot N_K$ . Выражение для корреляционного интеграла примет вид:

$$\begin{aligned}
 R_m &= \sum_{k=0}^{NN-1} G_{\text{ДК},k-m} e^{j\omega_{\text{доп}} T_X k} \tilde{u}_k = & (2.22) \\
 &= \sum_{i=0}^{N_K-1} \sum_{k=0}^{N_X-1} G_{\text{ДК},k-m} e^{j\omega_{\text{доп}} T_X (i \cdot N_K + k)} \tilde{u}_{i \cdot N_X + k} = \\
 &= \sum_{k=0}^{N_X-1} G_{\text{ДК},k-m} \sum_{i=0}^{N_K-1} e^{j\omega_{\text{доп}} T_X (i \cdot N_K + k)} \tilde{u}_{i \cdot N_X + k} = \\
 &= \sum_{k=0}^{N_X-1} G_{\text{ДК},k-m} \tilde{u}_k.
 \end{aligned}$$

Полученное выражение представляет собой традиционную формулу для вычисления корреляционного интеграла для разных значений задержек, аналогичную формуле (2.20) из предыдущего алгоритма. Отличие заключается в том, что объём массива минимален, а расчёт ведётся над предварительно обработанным процессом  $\tilde{u}_k$ .

Возможно непосредственное вычисление по формуле (2.22), однако данный алгоритм позволяет осуществлять поиск только для определённого доплеровского смещения частоты. Для каждого частотного канала процесс  $\tilde{u}_k$  необходимо рассчитать заново, что не позволяет осуществить поиск по частоте в спектральной области. Преобразуем формулу (2.22). Обычно шаг поиска по частоте равен:  $\Delta_\omega = \frac{1}{T}$ , в результате чего доплеровское смещение частоты может быть представлено в виде:

$$\omega_{\text{доп},j} = \frac{2\pi}{T} j = \frac{2\pi}{T_X \cdot N_K} j.$$



В этом случае выражение для расчёта массива  $\tilde{u}_k$  примет вид:

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_{k,j} &= \sum_{i=0}^{N_K-1} e^{j\omega_{\text{доп},j} T_X (i \cdot N_K + k)} \tilde{u}_{i \cdot N_K + k} = \\
 &= \sum_{i=0}^{N_K-1} e^{j\left(2\pi \cdot j i + \frac{2\pi}{N_K} j k\right)} \tilde{u}_{i \cdot N_K + k} = \\
 &= e^{j\frac{2\pi}{N_K} j k} \sum_{i=0}^{N_K-1} \tilde{u}_{i \cdot N_K + k} = \\
 &= e^{j\frac{2\pi}{N_K} j k} \tilde{u}_k.
 \end{aligned}$$

В результате получен новый процесс  $\tilde{\tilde{u}}_k$ :

$$\tilde{\tilde{u}}_k = \sum_{i=0}^{N_K-1} \tilde{u}_{i \cdot N_K + k}, \quad (2.23)$$

который не зависит от смещения частоты опорного сигнала и может быть использован при поиске по частоте в спектральной области.

Поиск по частоте в спектральной области в алгоритме из раздела 2.5 осуществлялся путём циклического смещения спектра опорного сигнала. Смещение спектра на один отсчёт приводило к смещению сигнала на  $\Delta_f = \frac{1}{T}$ . В модифицированном алгоритме поиска входной сигнал длиной  $T$  преобразован в некоторый процесс, соответствующий длительности  $T_{\text{ПСП}}$ . Это приведёт к тому, что шаг перестройки по частоте при смещении на один отсчёт спектра будет равен  $\frac{1}{T_{\text{ПСП}}}$ . В то же время ширина частотной характеристики одного частотного канала будет соответствовать длительности  $T$ . В результате получится ситуация, изображённая на рисунке 2.6. На рисунке сплошной линией изображена частотная характеристика блока поиска при использовании данного алгоритма, а пунктиром - частотная характеристика каналов, которые не могут быть рассчитаны из-за того, что входной сигнал был преобразован в эквивалентный процесс, соответствующий длительности  $T_{\text{ПСП}}$ . Частотная характеристика всего блока поиска будет содержать промежутки, в которых может быть потерян сигнал.

Решение данной проблемы предлагается в следующем виде:

- все каналы поиска по частоте делятся на  $N_K$  групп;

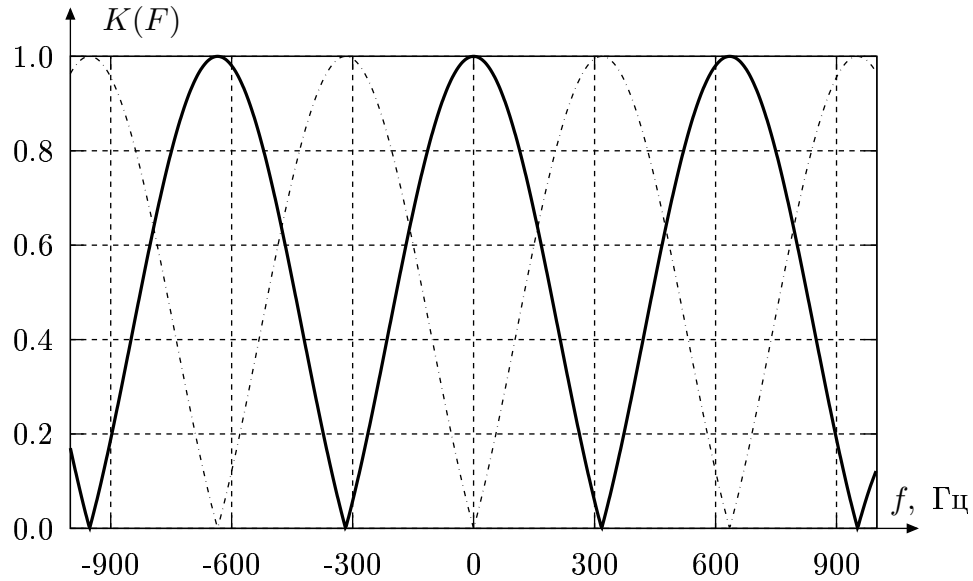


Рис. 2.6: Иллюстрация процесса поиска по частоте

- частоты в группе идут с шагом  $\frac{1}{T_X}$ ;
- частоты между группами сдвинуты на  $\frac{1}{T}$ .

Пусть  $g$  - номер группы,  $j$  - номер частоты в группе. В этом случае частота отдельно взятого канала может быть получена, как:

$$f_{\text{доп},gj} = \frac{1}{T_X} \cdot j + \frac{1}{T} \cdot g.$$

Для каждой группы частот выполняется описанный выше алгоритм, но опорный сигнал на этапе предварительного накопления (2.21) имеет смещение частоты, определяемое номером группы частот:

$$\tilde{u}_k = \sum_{j=i(k)}^{i(k+1)} y_j \cdot e^{j(\omega_{\text{доп}} + \frac{1}{T} \cdot g)T_{\text{дл}}}$$

Работу алгоритма необходимо повторить столько раз, сколько существует групп частот. В этом случае весь анализируемый диапазон частот будет равномерно “покрыт” частотными характеристиками каналов.

На рисунке 2.7 изображена окончательная структура системы быстрого поиска сигналов. Данная структура во многом повторяет структуру обнаружителя, изображённую на рисунке 2.4, однако есть и отличия. Основное отличие заключается в дополнительном блоке накопления через период дальномерного кода, который работает в соответствии с формулой

(2.23) и позволяет уменьшить размер получаемого после предварительного накопления массива до минимально возможного. Это позволяет снизить размер используемого БПФ, а именно этот блок является наиболее ресурсоёмким в данной схеме. Именно дополнительное накопление является главным отличием предлагаемого алгоритма от известного ранее. Введение такого накопления потребовало усложнения структуры, которая теперь состоит из нескольких идентичных каналов, каждый из которых работает в своей частотной группе.

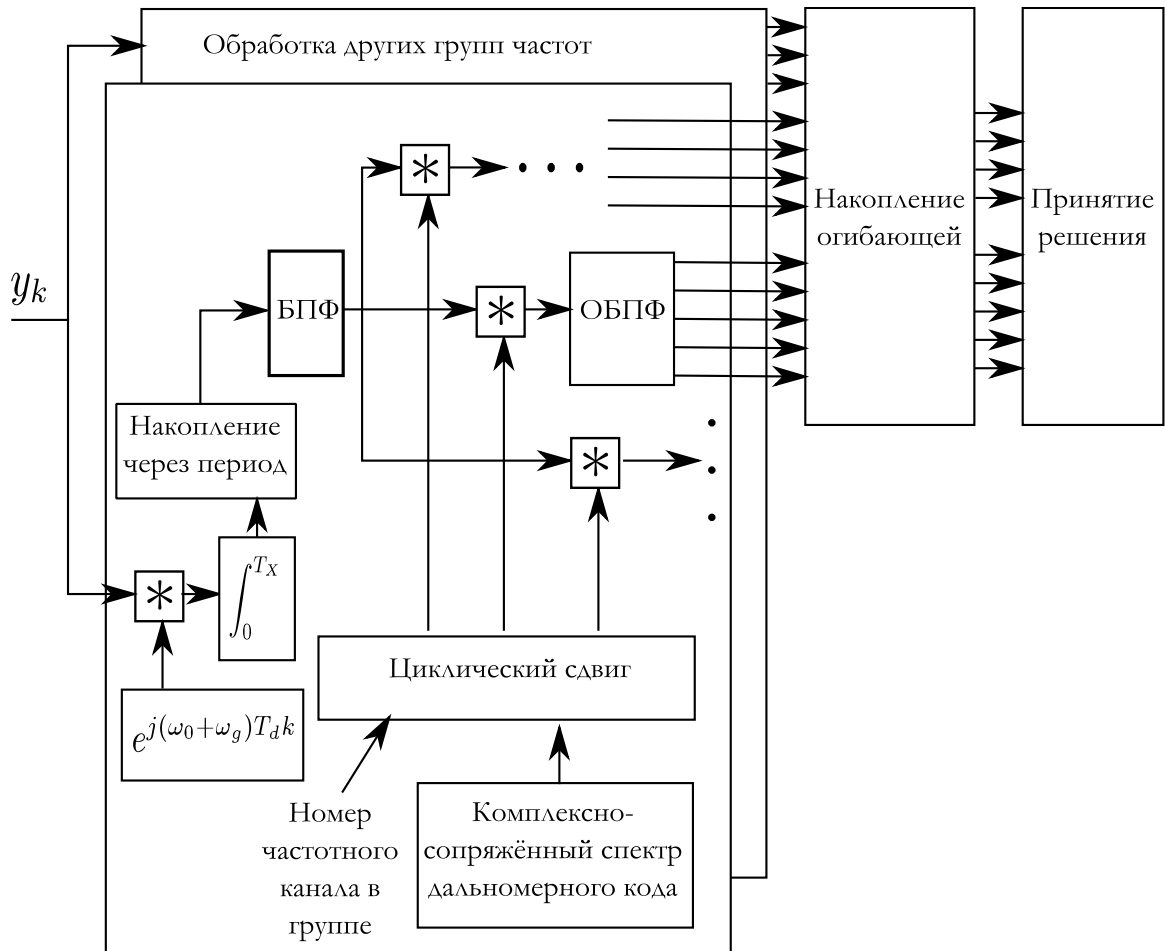


Рис. 2.7: Структура системы поиска навигационных сигналов

### 2.5.5. Оценка реализуемости алгоритма

Первое ограничение при реализации данного алгоритма заключается в том, что стандартные блоки быстрого преобразования Фурье имеют объём, равный степени двойки. В алгоритме требовался ДПФ объёмом 8190.

При реализации данного алгоритма будет использоваться ближайший доступный объём БПФ, равный 8192. Отличие объёма БПФ от требуемого алгоритмом приведёт к некоторым потерям. До этого на один символ дальномерного кода приходилось ровно 2 отсчёта опорного сигнала, а теперь целое соотношение будет нарушено. Оценить потери, получаемые из-за этого аналитически невозможно, поэтому с использованием описанной в разделе 2.6 модели обнаружителя было осуществлено статистическое моделирование работы алгоритма с объёмом БПФ 8190 и 8192. Моделирование показывает, что изменение объёма БПФ приводит к дополнительным потерям, равным 0.7 дБ. В результате этого алгоритм необходимо рассчитать не на заданные 34 дБГц, а на 0.7 дБ меньше. Кроме того, как упоминалось выше, необходимо учесть потери на рассогласование опорного и входящего сигналов в пределах ячейки, составляющее 1.2 дБ. Таким образом, необходимо рассчитывать обнаружитель на 32.1 дБГц, в результате чего требуемое количество накапливаемых отсчётов будет отличаться от того, что было дано в таблице 2.3. Необходимо пересчитать эту таблицу заново.

Кроме того, будет осуществлена оценка вычислительной сложности алгоритма. Многие операции, изображённые на рисунке 2.7, можно в аппаратуре осуществлять одновременно. В результате оказалось, что время работы ограничивается самой сложной операцией - вычислением обратного БПФ. В используемом алгоритме объём БПФ не зависит от времени накопления и определяется исключительно размером используемого дальномерного кода. Сведём в таблицу 2.4 количество прямых и обратных БПФ  $N_{\text{БПФ}}$ , которые требуется вычислить для решения поставленной задачи. В данной таблице  $T$  - время накопления сигнала,  $N_F$  - количество каналов поиска по частоте (зависящее от времени накопления),  $P_D$  - вероятность правильного обнаружения сигнала в отдельном цикле обзора,  $NN$  - количество накапливаемых отсчётов квадрата огибающей,  $N_{\text{циклов}}$  - требуемое количество циклов обзора в соответствии с таблицей 2.1. Из таблицы 2.4 следует, что минимальное количество БПФ нужно рассчитать, если накапливать сигнал 6.3 мс (что соответствует 2 периодам дальномерного кода) при вероятности правильного обнаружения  $P_D = 0.9$ . Необходимо выполнить БПФ 128802 раз. Учитывая то, что на всю процедуру поиска выделена 1 с, длительность

$T$ , мс	$N_F$	$P_D$	$NN$	$N_{\text{циклов}}$	$N_{\text{БПФ}}$
1.57	140	0.95	35	40	196002
		0.9	30	46	193202
		0.8	26	60	218402
3.15	280	0.95	14	40	156802
		0.9	12	46	154562
		0.8	11	60	184802
6.3	560	0.95	6	40	134402
		0.9	5	46	128802
		0.8	4	60	134402

Таблица 2.4: Требуемое количество вычислений БПФ

выполнения одного БПФ должна составлять  $1/128802 \text{ с} = 7.8 \text{ мкс}$ .

Реализация алгоритма предусматривается с использованием программируемой логической микросхемы (ПЛИС). Для ПЛИС семейства Virtex4 существуют стандартные блоки БПФ, позволяющие вычислять БПФ объёмом 8192 менее, чем за 20 мкс. Одного такого блока недостаточно, чтобы выполнить поставленную задачу. В результате для достижения поставленной цели потребуется использовать 3 блока БПФ, а вычисления можно организовать параллельно.

Следует отметить, что данный расчёт выполнен для модифицированного алгоритма поиска из раздела 2.5.4, в котором используется БПФ минимального объёма при любом времени накопления. Если использовался бы алгоритм поиска из раздела 2.5, то либо пришлось применить БПФ объёмом в два раза больше для сохранения времени накопления 6.3 мс, либо остановиться на времени накопления 3.15 мс. Однако в этом случае потребуется уже не 3, а 4 блока БПФ. Таким образом, можно сделать вывод о том, что использование предложенного алгоритма позволило существенно сократить аппаратные затраты на создание блока быстрого поиска.

## 2.6. Имитационное моделирование разработанных алгоритмов

Для оценки работоспособности системы быстрого поиска сигналов создана математическая модель на ЭВМ. На рисунке 2.8 изображена структура модели обнаружителя сигналов. Модель включает в себя:

- блок установки параметров обнаружения;

- блок формирования выборки входного сигнала;
- блок принятия решения и подсчёта статистики;
- различные блоки обнаружителей.



Рис. 2.8: Структура модели обнаружения сигнала

Модель позволяет осуществлять процесс обнаружения двумя методами - путём непосредственного вычисления корреляционных интегралов по формулам (2.6), (2.7), а также с использованием быстрого алгоритма вычисления, описанного в разделе 2.5.4. Это позволяет провести верификацию созданного алгоритма путём его сопоставления с исходным.

С использованием данной модели можно проводить статистические испытания обнаружителя сигналов, определяя такие статистические характеристики, как вероятность правильного обнаружения и вероятность ложной тревоги.

### 2.6.1. Сопоставление быстрого обнаружителя с обнаружителем на основе корреляторов

Разработанный алгоритм должен давать результаты, ничем не отличающиеся от результатов расчёта в обнаружителе, основанном на прямом вычислении корреляционных интегралов (с точностью до вычислительных ошибок). Для того, чтобы убедиться в этом, проведено обнаружение сигнала двумя данными алгоритмами. На рисунках 2.9 и 2.10 изображены

корреляционные интегралы для всех каналов поиска по частоте и задержке, рассчитанные с использованием двух рассматриваемых алгоритмов. На графике 2.9 изображён результат расчёта в разработанном алгоритме быстрого поиска, а на графике 2.10 - в системе поиска на основе корреляторов. На обеих картинках присутствует корреляционный пик, визуально результат не отличим.

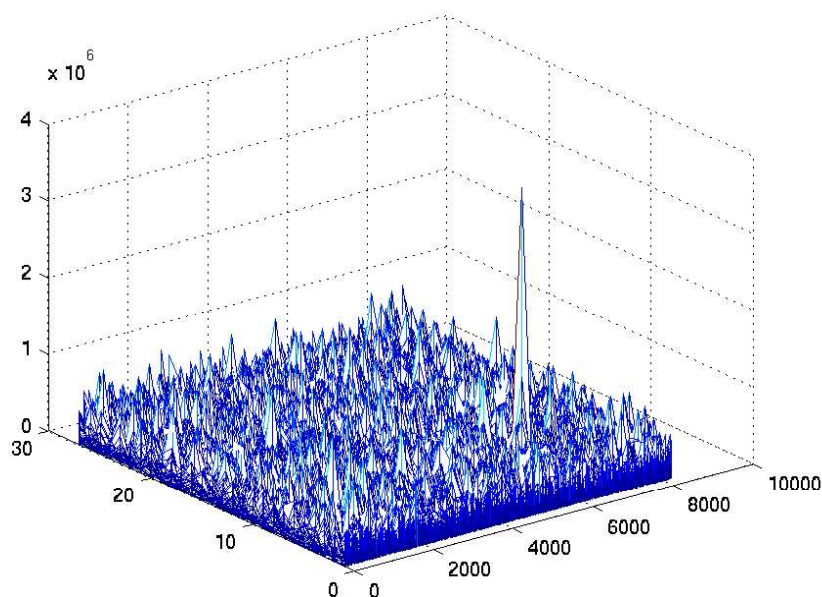


Рис. 2.9: Значения корреляционных интегралов, рассчитанные с использованием коррелятора

Для того, чтобы более точно оценить различие результатов, на рисунке 2.11 изображена разность корреляционных интегралов. Можно сделать вывод о том, что отличие между двумя алгоритмами не превышает 1 %. Таким образом, алгоритм быстрого обнаружения выдаёт результаты, которые можно считать идентичными результатам системы поиска на основе корреляторов. В результате величины порогов обнаружения, определённые в разделе 2.4.4 применимы к алгоритму быстрого поиска без каких-либо изменений.

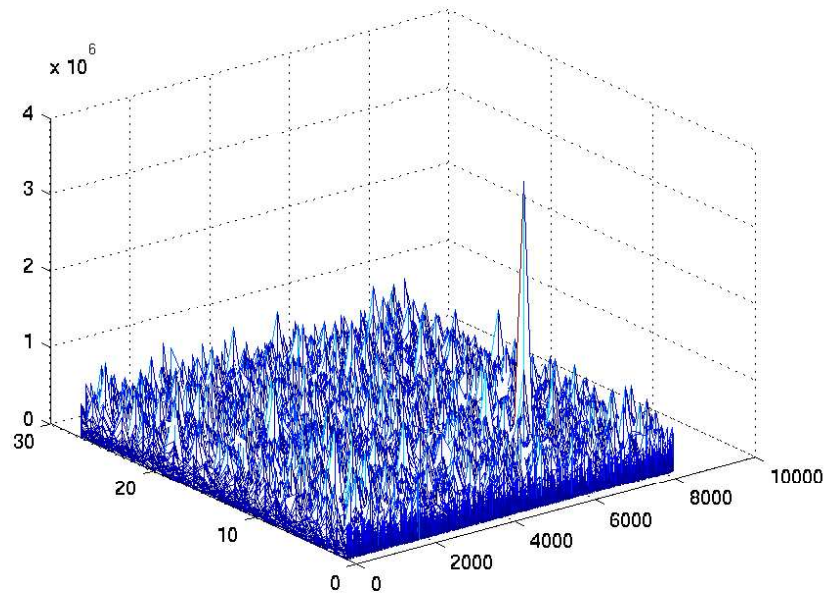


Рис. 2.10: Значения корреляционных интегралов, рассчитанные с использованием алгоритма быстрого поиска

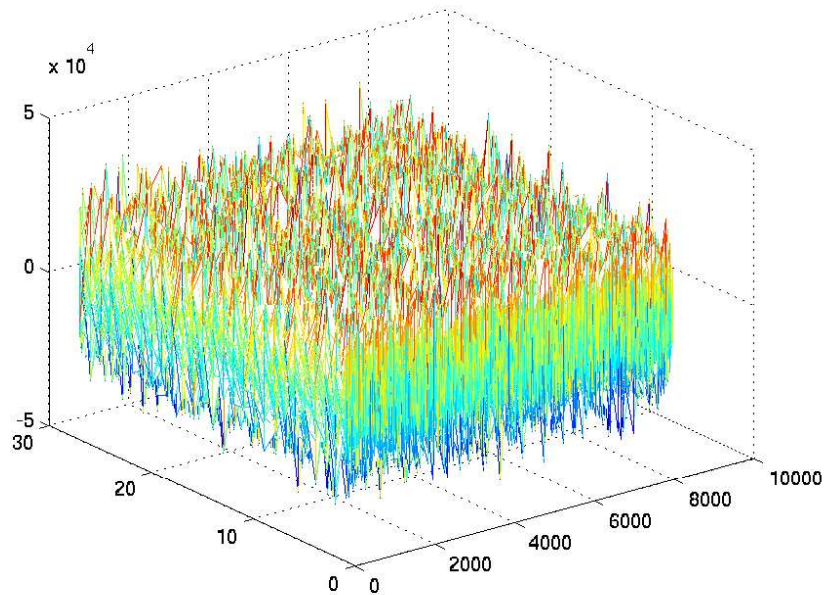


Рис. 2.11: Разность корреляционных интегралов в рассматриваемых алгоритмах



### 2.6.2. Анализ характеристик обнаружения

Для проверки качества работы разработанного алгоритма проведены его статистические испытания. При испытаниях оценивалась вероятность ложной тревоги и вероятность правильного обнаружения сигнала. Проведено испытание работы обнаружителя при  $T = 3.15$  мс и количестве накапливаемых отсчётов квадрата огибающей  $NN = 12$ .

На рисунке 2.12 изображена вероятность правильного обнаружения. Пунктиром на данном графике показаны теоретически полученные по формуле (2.15) значения. Можно видеть, что полученные в результате численного моделирования результаты хорошо согласуются с расчётными. При  $q_c/n_0 = 34$  дБГц вероятность правильного обнаружения превышает  $P_D = 0.9$ .

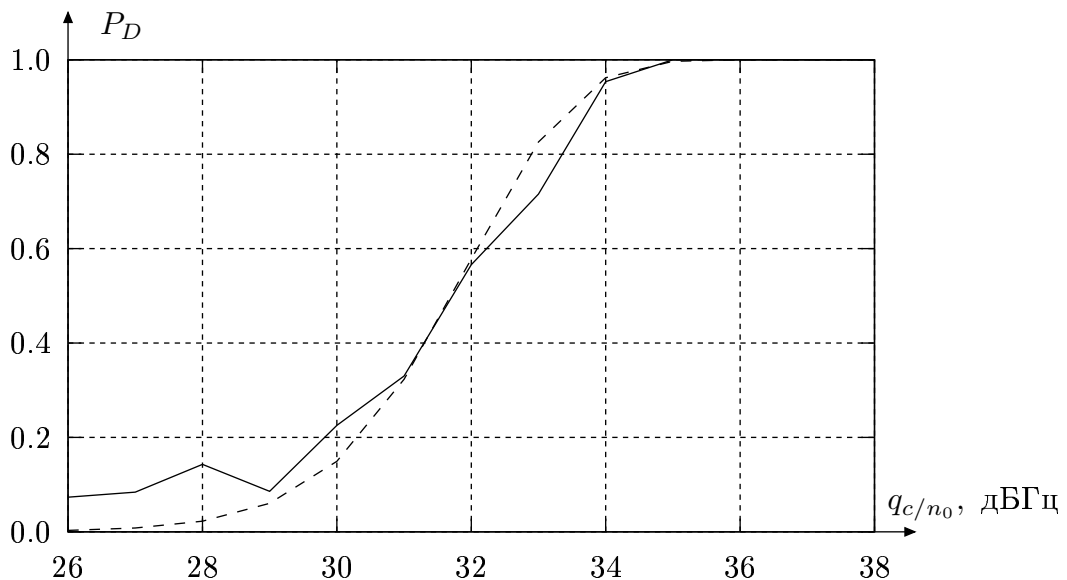


Рис. 2.12: Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума на входе

Добиться требуемых вероятностных характеристик можно при нескольких сочетаниях длительности накопления  $T$  и количестве суммирований огибающей  $NN$ . На рисунке 2.13 изображена зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения мощности входного сигнала к спектральной плотности шума приёмника. Рассмотрено несколько сочетаний времени накопления  $T$  и количества накапливаемых отсчётов квадрата огибающей  $NN$ , подобранные таким образом, чтобы вероятность

правильного обнаружения была одинаковой.

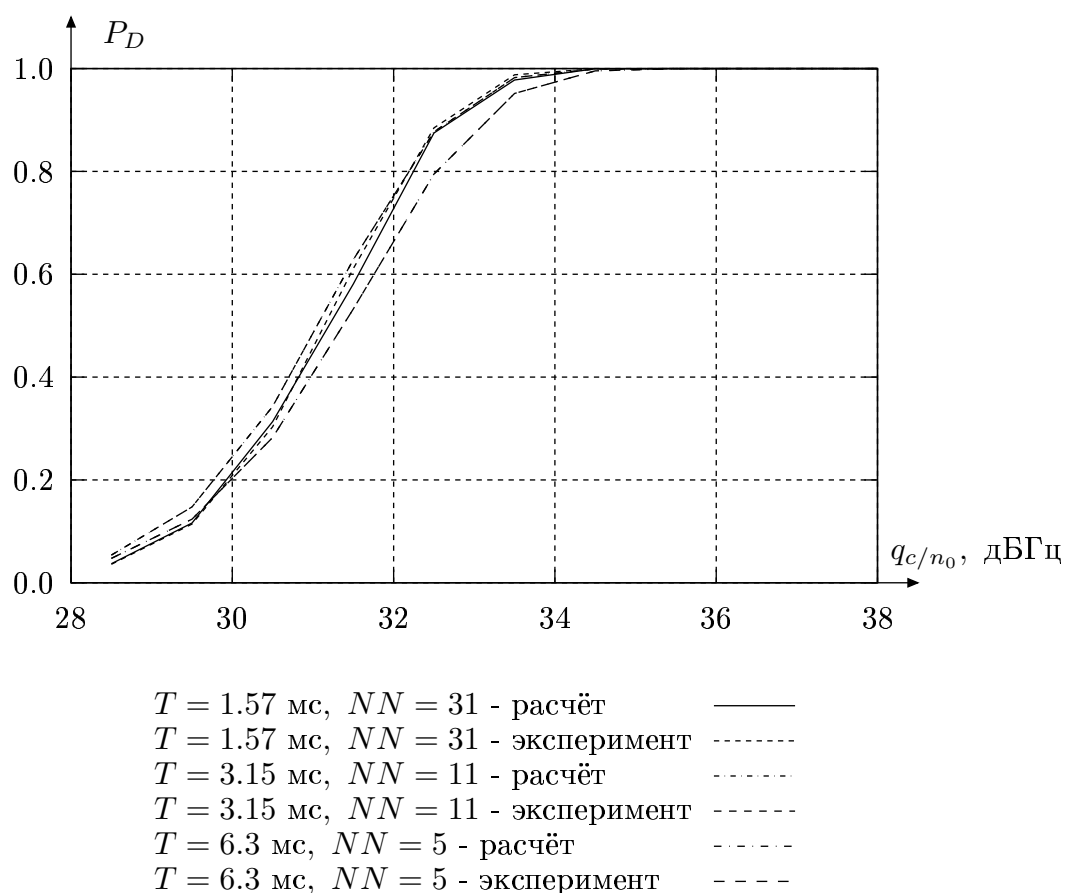


Рис. 2.13: Зависимость вероятности правильного обнаружения сигнала от отношения сигнал/шум на входе при различных сочетаниях  $T$  и  $M$

## 2.7. Экспериментальное исследование разработанного алгоритма

Существующие спутники ГЛОНАСС не оборудованы системой БАМИ, а имитатора сигналов нет, что не позволяет провести эксперимент по обнаружению сигнала системы БАМИ. В связи с этим отработка обнаружителя осуществлялась на сигнале GPS L1 C/A, имеющем аналогичную структуру. Кроме численного моделирования работы обнаружителя сигналов, проведено макетирование обнаружителя в виде обнаружителя сигнала в программном приёмнике. Программный приёмник навигационного сигнала GPS L1 C/A создан совместно с Шатиловым А. Ю и Перовым А. А. Описание созданного программного приёмника можно найти в [?, ?].

### 2.7.1. Реализация алгоритма поиска в программном приёмнике

В рамках работы над диссертацией разрабатывался программный приёмник навигационных сигналов GPS. Данный программный приёмник содержит блок быстрого поиска навигационного сигнала, построенный по алгоритму, предложенному в данной работе. Учитывая то, что структура навигационного сигнала GPS во многом сходна со структурой сигнала БАМИ — также используется фазовая манипуляция сигнала периодическим дальномерным кодом — данный алгоритм применим и для этого случая. Отличие заключается лишь в параметрах сигнала — дальномерный код сигнала GPS имеет длительность 1 мс, количество символов кода составляет 1023.

В программном приёмнике перенесённый на промежуточную частоту сигнал подвергается аналогово-цифровому преобразованию и в таком виде вводится в компьютер, где осуществляется вся остальная обработка данных. На рисунке 2.14 изображена структура аппаратной части приёмника. В микросхеме GP2010 осуществляется усиление фильтрация и перенос

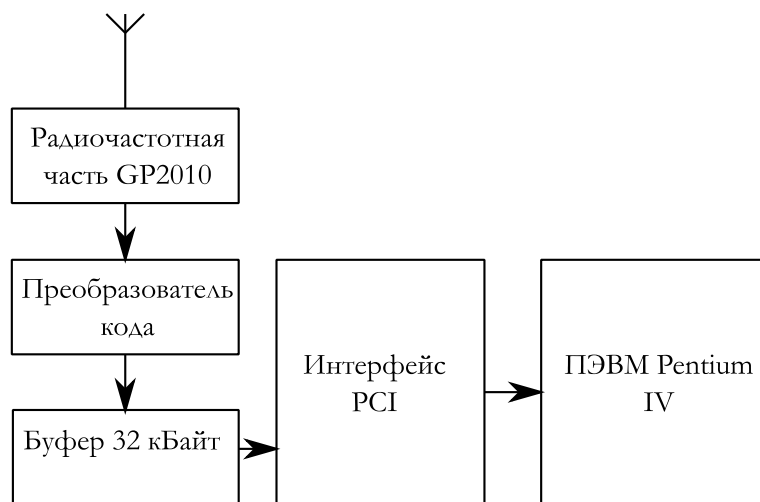


Рис. 2.14: Аппаратная часть программного приёмника

на низкую промежуточную частоту (1.405 МГц) сигнала GPS, после чего сигнал подвергается аналогово-цифровому преобразованию с частотой 5.71 МГц и 2 разрядами квантования. На рисунке 2.15 изображена плата радиочастотной части приёмника.

При начале работы программный приёмник осуществляет обнаруже-

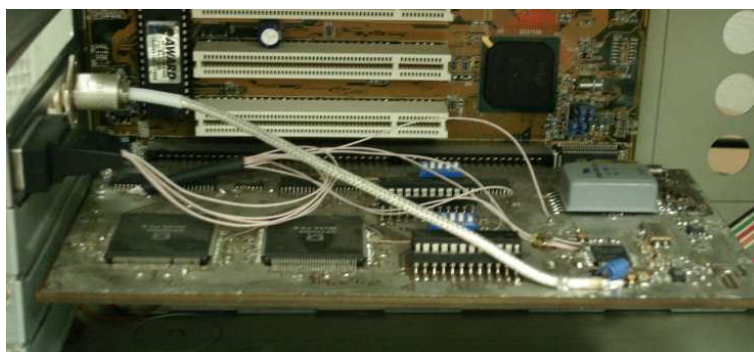


Рис. 2.15: Фотография радиочастотного блока программного приёмника, вставленного в компьютер

ние навигационных сигналов. Алгоритм работы обнаружителя описан в разделе 2.5.4 и соответствует рисунку 2.7. Ниже приведены параметры блока поиска:

- время накопления сигнала 2 мс;
- количество накапливаемых отсчётов огибающей 8;
- диапазон анализируемых доплеровских частот -  $\pm 12.5$  кГц;
- количество искомых сигналов 32.

При указанных выше параметрах блок быстрого поиска осуществляет полный анализ (по всем рассматриваемым сигналам) за 1.5 с. Известные реализации системы поиска по традиционной схеме на основе корреляторов в типичных серийных 32-канальных навигационных приёмниках способны выполнить задачу такого объёма лишь за 27 минут. Таким образом, созданный программный приёмник выполняет задачу поиска в 1000 раз быстрее.

Для иллюстрации работы блока поиска сигнала программного приёмника на рисунках 2.16, 2.17, 2.18 изображены накопленные значения для всех ячеек поиска по частоте и задержке при поиске сигналов №№2, 4 и 1. На рисунках 2.16, 2.17 чётко виден максимум, соответствующий сигналу. На рисунке 2.18 корреляционного максимума нет, что свидетельствует об отсутствии сигнала.

Включённый в момент эксперимента контрольный приёмник показывал наличие сигналов от спутников №№2, 4, 13, 24, что демонстрирует правильную работу блока поиска программного приёмника.

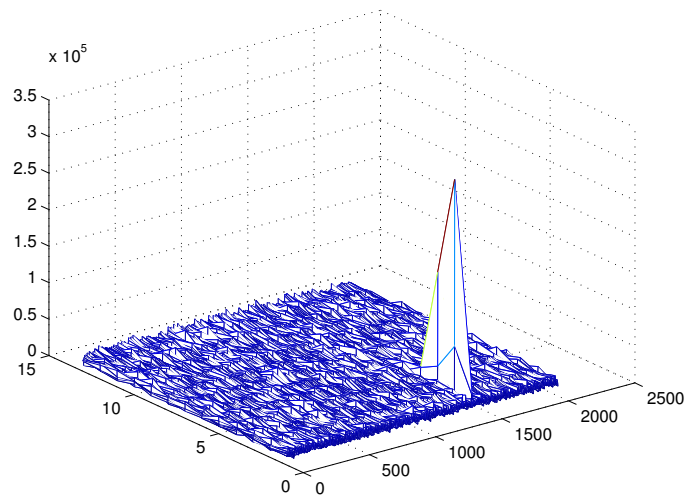


Рис. 2.16: Результат поиска сигнала №2

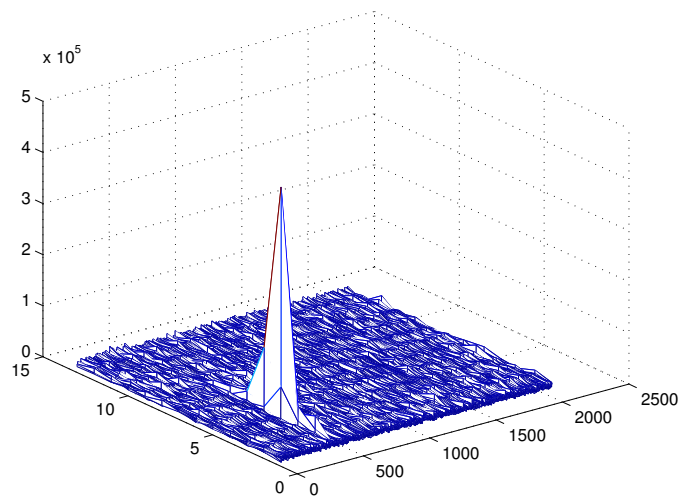


Рис. 2.17: Результат поиска сигнала №4

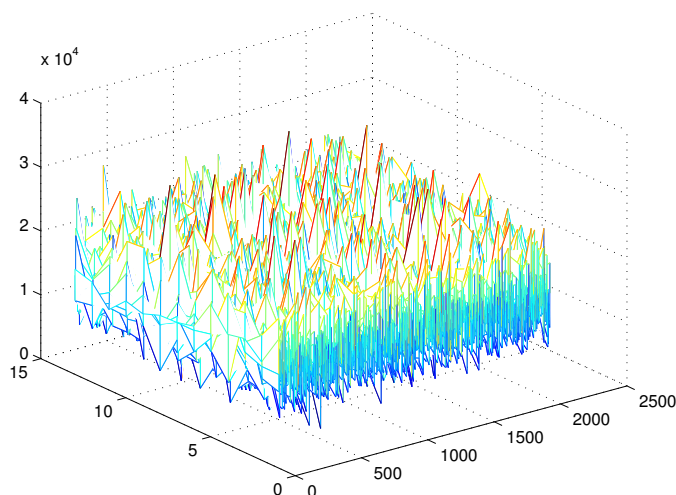


Рис. 2.18: Результат поиска сигнала №1

## 2.8. Выводы по главе

В данной главе для задачи поиска сигнала в системе межспутниковых измерений получены следующие результаты.

- Проведён анализ необходимого количества циклов обращения при поиске к отдельно взятому сигналу, связавший требуемое количество циклов с качеством работы обнаружителя - вероятностью правильного обнаружения; показано, что для достижения требуемой вероятности (0.95) обнаружения всех 6 возможных сигналов необходимо осуществить 46 циклов обращения к отдельному сигналу (таблица 2.1).
- Разработана методика расчёта времени накопления и количества накапливаемых отсчётов квадрата огибающей, требуемого для обнаружения отдельно взятого сигнала.
- Проведён анализ статистических характеристик обнаружителя сигналов с накоплением отсчётов огибающей, что дало возможность оценить необходимое время анализа сигнала. Показано, что для заданной энергетике ( $q_{c/n_0} = 34$  дБГц) необходимо накапливать сигнал в корреляторе в течении 6.3 мс, накапливая 5 отсчётов квадрата огибающей (таблица 2.4).

- Предложен алгоритм быстрого вычисления корреляционных интегралов, отличающийся от известного прототипа отсутствием избыточности вычислений, что упрощает его аппаратную реализацию.
- Показано, что на основе разработанного алгоритма можно создать блок быстрого поиска для системы БАМИ, отвечающего поставленным требованиям.
- На ЭВМ создана математическая модель блока поиска сигнала, с использованием которой продемонстрирована работоспособность разработанного алгоритма. Показано, что разработанный алгоритм позволяет достичь требуемой вероятности правильного обнаружения  $P_D = 0.9$  при длительности накопления сигнала в корреляторе  $T = 6.3$  мс и количестве накапливаемых отсчётов огибающей  $NN = 5$ , что совпадает с расчётными данными.
- Разработанный алгоритм быстрого поиска реализован в программном приёмнике, где он выполняет задачу поиска в режиме “холодный старт” за 1.5 секунды, в то время, как традиционный навигационный приёмник с 32-канальным коррелятором способен выполнить данную задачу за 27 минут.

### 3. Разработка алгоритма приёма комбинированного сигнала

В планах совершенствования СРНС ГЛОНАСС одной из стоящих задач является повышение качества управления и контроля космического сегмента системы. В связи с этим необходимо создать дополнительную линию передачи телеметрической информации с борта НС. Учитывая высокую стоимость вывода спутника на орбиту, а также ограниченность частотного ресурса, рассматривается возможность совместной передачи дополнительного телеметрического сигнала вместе с одним из навигационных сигналов ГЛОНАСС с использованием того же частотного ресурса и максимально возможным совместным использованием передающей аппаратуры НС. Структура комбинированного сигнала должна быть выбрана таким образом, чтобы минимизировать влияние дополнительного сигнала на характеристики навигационных приёмников, рассчитанных на приём только навигационного сигнала в чистом виде. Приведённые ниже расчёты рассматривают в качестве основного сигнал ГЛОНАСС диапазона L3 (1200 МГц), планируемый ко внедрению в новом поколении НС [?, с. 445].

В соответствии с заданием скорость передачи данных в телеметрическом канале задана равной 1000 бит/с. При передаче данных используется помехоустойчивое кодирование с кодовой скоростью  $R=1/3$ . На передачу дополнительного сигнала выделено 10 % мощности всего суммарного сигнала. Учитывая то, что энергетика данной линии передачи достаточно низкая, приём телеметрического сигнала предполагается осуществлять с использованием узконаправленной антенны. В системе приёма используется узконаправленная антенна, обеспечивающая отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума  $q_{c/n_0} = 55$  дБГц.

В системе используются помехоустойчивые свёрточные коды, обеспечивающие нормальную работу системы при отношении сигнал/шум на бит информации  $E_{\text{бит}}/N_0 = 4$  дБ. Кодовая скорость составляет  $1/3$ , поэтому



отношение сигнал/шум на символе помехоустойчивого кода равно  $-0.7$  дБ.

Для того, чтобы пояснить возникающую проблему, на рисунке 3.1 изображена структура системы, включающая в себя космический сегмент, сегмент управления и аппаратуру потребителя. Навигационный спутник

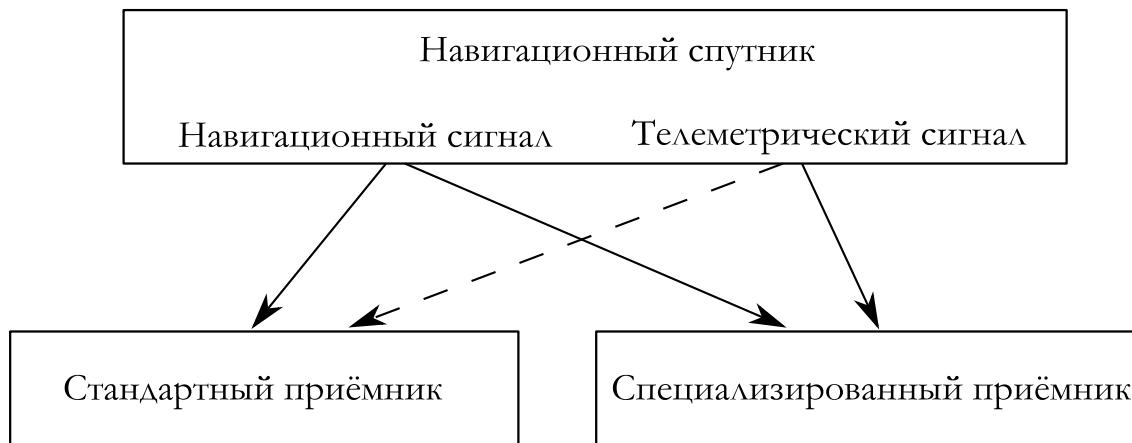


Рис. 3.1: Структура системы передачи служебной информации

излучает модифицированный навигационный сигнал, содержащий также модуляцию телеметрическим сообщением. Стандартный навигационный приёмник рассчитан на приём чистого навигационного сигнала и наличие дополнительного телеметрического сообщения должно мало на него повлиять. Специализированный приёмник контрольного комплекса должен осуществлять приём комбинированного сигнала, принимая навигационное и телеметрическое сообщения.

Требуется разработать алгоритм приёма сигнала с комбинированным видом модуляции и алгоритм декодирования навигационного и телеметрического сообщений.

### 3.1. Комбинированный метод модуляции сигнала

С целью упрощения аппаратуры навигационного спутника принято решение передавать телеметрический сигнал на той же несущей, что и навигационный. Наиболее удобным для реализации в аппаратуре представляется кодово-временной метод совмещения сигналов. Данный метод подразумевает осуществление дополнительной модуляции основного сигнала в определённые моменты времени. Дополнительная модуляция сводится к

смене знака передаваемого сигнала, то есть используется тот же метод модуляции, что и в основном сигнале. На рисунке 3.2 изображена структура системы модуляции.

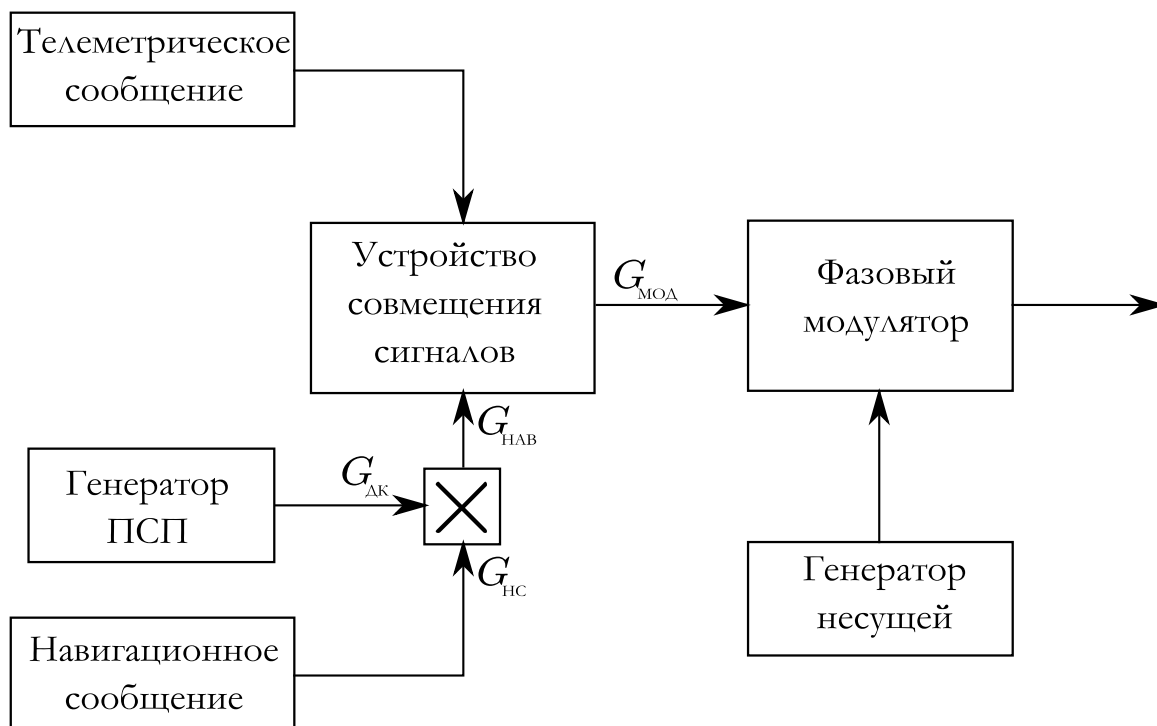


Рис. 3.2: Кодово-временная модуляция

В системе ГЛОНАСС используются сигналы с двухуровневой фазовой манипуляцией. Излучаемый спутником навигационный сигнал может быть представлен в виде:

$$s(t) = A \cdot G_{\text{МОД}}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.1)$$

где  $A$  - амплитуда сигнала,  $\omega_0$  - несущая частота сигнала,  $\varphi_0$  - начальная фаза сигнала,  $G_{\text{МОД}}(t)$  - модулирующая функция, принимающая значения  $\pm 1$ .

При передаче только навигационного сигнала в качестве модулирующей функции  $G_{\text{МОД}}(t)$  используется функция  $G_{\text{НАВ}}(t) =$  включающая в себя дальномерный код  $G_{\text{ДК}}(t)$  и навигационное сообщение  $G_{\text{НС}}(t)$  (функции, также принимающие значения  $\pm 1$ ):

$$G_{\text{НАВ}}(t) = G_{\text{ДК}}(t)G_{\text{НС}}(t).$$

При передаче телеметрического сообщения в функция модуляции сигнала будет изменена. Далее функция  $G_{\text{НАВ}}(t)$  будет означать исходный

навигационный сигнал без модификаций, а  $G_{\text{мод}}(t)$  - изменённую функцию модуляции, содержащую кроме навигационного сообщения дополнительное телеметрическое сообщение. Метод модуляции сигнала, описанный ниже, основан только на изменения подаваемой на модулятор передатчика бинарной модулирующей последовательности в определённые моменты времени. Существенным преимуществом данного метода модуляции при практической реализации системы является то, что огибающая сигнала остаётся неизменной, что позволяет использовать существующие передатчики навигационного сигнала. Неизменной останется и вся структура передатчика НС, необходимо будет лишь повысить его мощность на выделенные под передачу телеметрического сигнала 12 %. Основные изменения коснутся блока формирования модулирующей функции, то есть цифровую часть бортовой аппаратуры НС.

### Структура модулирующей функции

При выбранном методе модуляции возникает существенный вопрос о влиянии дополнительной модуляции сигнала на характеристики стандартных навигационных приёмников, рассчитанных только на навигационный сигнал. В РНИИ КП проведена работа по оптимизации структуры телеметрического сигнала с точки зрения снижения воздействия на стандартные приёмники. Вопрос выбора метода формирования модулирующей функции не входит в данную работу, поэтому ниже приведено только его описание.

Модулирующая функция образуется из навигационного сообщения, дальномерного кода, телеметрического сообщения и функции модуляции телеметрическими данными. Данная функция формируется в двоичном виде, поэтому, перейдя от сигнальных уровней  $\pm 1$  к двоичным ( $+1 \rightarrow "1"$ ,  $-1 \rightarrow "0"$ ), можно записать метод комбинирования всех этих функций с использованием логических операций:

$$G_{\text{мод}} = G_{\text{НС}} \times G_{\text{ДК}} \times ((G_{\text{ТЛ}} \times G_{\text{МН}}) \vee G_{\text{СТР}}), \quad (3.2)$$

где  $G_{\text{НС}}$  - значения символов передаваемого навигационного сообщения,  $G_{\text{ДК}}$  - значения символов дальномерного кода,  $G_{\text{ТЛ}}$  - значения символов передаваемого телеметрического сообщения,  $G_{\text{СТР}}$  - стробирующая функция

передачи телеметрического сигнала, способ формирования которой описан ниже,  $G_{\text{МН}}$  - меандр с частотой, равной символьной скорости дальномерного кода,  $\times$  - логическая операция “исключающее ИЛИ”,  $\vee$  - операция “ИЛИ”. Структура формирования модулирующей функции изображена на рисунке 3.3.

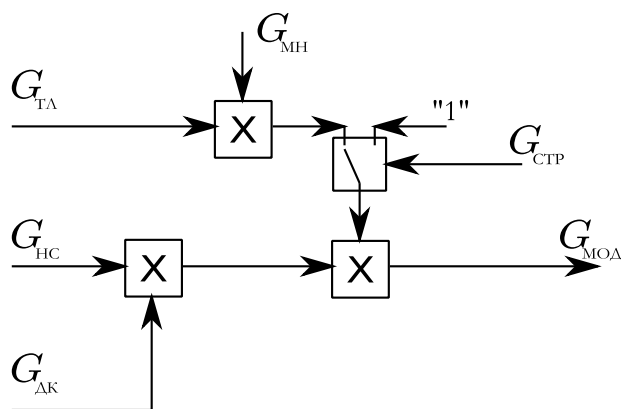


Рис. 3.3: Структура модулятора

В нужные моменты времени стробирующая функция  $G_{\text{СТР}}$  принимает значения “0” и осуществляется дополнительная модуляция навигационного сигнала телеметрическим сообщением. Моменты времени, соответствующие передаче телеметрического сигнала, определены особым образом. Эти моменты соответствуют средним символам в группах по 3 или 4 одинаково идущих символов ПСП. На рисунке 3.4 изображён результирующий метод модуляции. Благодаря такой структуре функции  $G_{\text{СТР}}$  смещение величины, накопленной в корреляторе стандартного приёмника относительно величины, которая была бы накоплена при отсутствии дополнительной модуляции телеметрическим сообщением, не зависит от сдвига между опорным и входным сигналами в рабочей области, т. е. при сдвиге, не превышающем длительности символа ПСП навигационного сигнала.

Для М-последовательности, которая используется в сигнале ГЛОНАСС L3, проведён расчёт распределения количества групп одинаковых символов (таблица 3.1. При передаче телеметрического сообщения в соответствии с выбранным методом используются средние символы из групп по 3 одинаково идущих символа ( $256$ ) и по 4 одинаково идущих символа ( $2 \cdot 128 = 256$ ). В результате доля символов, выделенных для передачи

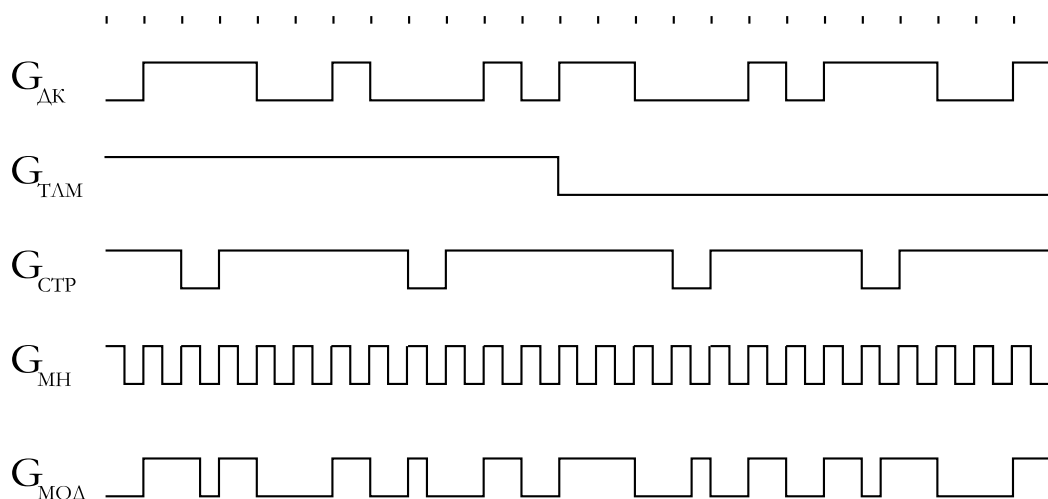


Рис. 3.4: Кодово-временной метод модуляции с использованием групп последовательно идущих одинаковых символов.

Объём группы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Количество групп	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	1

Таблица 3.1: Распределение количества групп одинаково идущих символов в M-последовательности длиной 4095

телеметрического сообщения составляет:

$$\frac{256 + 2 \cdot 128}{4095} = 0.125$$

Таким образом, доля дополнительного сигнала при выбранном методе модуляции составляет 12.5 %.

### 3.2. Синтез алгоритма приёма сигнала с комбинированным видом модуляции

Необходимо синтезировать оптимальный приёмник сигнала с комбинированным видом модуляции, выделяющий навигационное и телеметрическое сообщения.

Перед тем, как поставить задачу синтеза алгоритма приёма информации, покажем, что сигнал вида (3.1) может быть представлен в виде суммы двух сигналов, один из которых будет содержать модуляцию только навигационным сообщением, а другой - навигационным и телеметрическим

сообщениями. Выражение для структуры сигнала (3.1) заменим на :

$$s(t) = A \cdot (G_{\text{НАВ}}(t) + G_{\text{ТЛМ}}(t)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.3)$$

Для того, чтобы подобная замена была полностью эквивалентна, запишем выражение (3.2) в ином виде, используя не логические уровни “0” и “1”, а уровни  $\pm 1$  (кроме функции  $G_{\text{СТР}}$ , которую удобнее представить принимающую уровни  $\{0, 1\}$ ).

$$G_{\text{МОД}}(t) = G_{\text{НС}}(t)G_{\text{ДК}}(t) \cdot G_{\text{СТР}}(t) + \\ + G_{\text{НС}}(t)G_{\text{ДК}}(t) \cdot (G_{\text{ТЛ}}(t) \cdot G_{\text{МН}}(t) - 1) \cdot (1 - G_{\text{СТР}}(t)) =$$

В данном выражении множитель  $(1 - G_{\text{СТР}}(t))$  определяет, что на текущем участке сигнала передаются телеметрические данные (функция  $G_{\text{СТР}}(t)$  принимает значения  $\{0, 1\}$ ).

В результате функцию модуляции можно представить в виде:

$$G_{\text{МОД}}(t) = G_{\text{НАВ}}(t) + G_{\text{ТЛМ}}(t),$$

где

$$G_{\text{НАВ}}(t) = G_{\text{НС}}(t) \cdot G_{\text{ДК}}(t) \cdot G_{\text{СТР}}(t), \quad (3.4)$$

$$G_{\text{ТЛМ}}(t) = G_{\text{НС}}(t) \cdot G_{\text{ДК}}(t)G_{\text{ТЛ}}(t) \cdot G_{\text{МН}}(t) \cdot (1 - G_{\text{СТР}}(t)). \quad (3.5)$$

В приведённом выражении исходная функция модуляции, принимающая значения  $\pm 1$ , разложена на сумму двух функций, первая из которых (3.4) представляет собой функцию модуляции чистого навигационного сигнала, промодулированную известной функцией  $G_{\text{СТР}}(t)$  и не содержащей модуляции телеметрическим сообщением, а вторая (3.5) - содержит модуляцию как навигационным, так и телеметрическим сообщением. Выражение в скобках определяет, осуществляется ли в данный момент передача телеметрического сигнала.

Передаваемый НС сигнал примет вид:

$$s(t) = A \cdot G_{\text{НАВ}}(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + A \cdot G_{\text{ТЛМ}}(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

### 3.2.1. Постановка задачи синтеза

На вход системы совместной обработки сигналов на фоне аддитивных шумов приёмника в дискретном времени поступают принимаемые сигналы:

$$y_i = s_{\text{нав},i} + s_{\text{ТЛМ},i} + n_i, \quad (3.6)$$

где  $n_i$  - отсчёты аддитивного шума, который полагается дискретным белым гауссовским с дисперсией  $\sigma_n^2 = N_0 / (2T_{\text{Д}})$ ,  $s_{\text{нав},i}$  полезный навигационный сигнал, определяемый выражением:

$$s_{\text{нав},i} = A \cdot G_{\text{НС}}(t_i - \tau_i) \cdot G_{\text{ДК}} \cdot (t_i - \tau_i) G_{\text{СТР}}(t_i - \tau_i) \times \\ \times \cos(\omega_{\text{пр}} T_{\text{Д}} i + \varphi_i),$$

$s_{\text{ТЛМ},i}$  - телеметрический сигнал, определяемый выражением

$$s_{\text{ТЛМ},i} = A \cdot G_{\text{НС}}(t_i - \tau_i) \cdot G_{\text{ДК}} \cdot G_{\text{ТЛ}}(t_i - \tau_i) \cdot G_{\text{МН}}(t_i - \tau_i) \times \\ \times (1 - G_{\text{СТР}}(t_i - \tau_i)) \cdot \cos(\omega_{\text{пр}} T_{\text{Д}} i + \varphi_i),$$

$\tau_i$  - задержка сигнала,  $\omega_{\text{пр}}$  - значение промежуточной частоты сигнала,  $\varphi_i$  - начальная фаза сигнала,  $T_{\text{Д}}$  - шаг дискретизации сигнала.

Фаза сигнала описывается, как компонента трёхмерного марковского процесса ([?]):

$$\varphi_i = \mathbf{C} \cdot \vec{x}_{\varphi,i}, \quad (3.7)$$

$$\vec{x}_{\varphi,i} = \mathbf{F} \cdot \vec{x}_{\varphi,i-1} + \mathbf{G} \cdot \xi_{\varphi,i},$$

где  $\mathbf{C} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ,  $\mathbf{F} = \begin{vmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ,  $\mathbf{G} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{vmatrix}$ ,  $\xi_{\varphi,i}$  - формирующий белый гауссовский шум с дисперсией  $\sigma_{\xi_{\varphi}}^2 = 1.6 \cdot 10^6 \text{ рад}^2/\text{с}^3$ .

Модель изменения задержки аналогична:

$$\tau_i = \mathbf{C} \cdot \vec{x}_{\tau,i}, \quad (3.8)$$

$$\vec{x}_{\tau,i} = \mathbf{F} \cdot \vec{x}_{\tau,i-1} + \mathbf{G} \cdot \xi_{\tau,i},$$

где  $\xi_{\tau,i}$  - формирующий дискретный белый гауссовский шум с дисперсией  $\sigma_{\xi_{\tau}}^2 = 2.8 \cdot 10^{-14} \text{ с}^{-1}$ .

Функция  $G_{\text{НС}}$ , определяющая передачу навигационного сообщения, принимает значения  $\pm 1$ , постоянные на интервале времени  $T_{\text{НС}} = 4 \text{ мс}$

([?]), функция  $G_{ТЛ}$ , определяющая передачу телеметрической информации, принимает значения  $\pm 1$  на интервалах времени  $T_{ТЛ} = 1/C_{ТЛ}$ , где  $C_{ТЛ} = 3000$  бит/с - символьная скорость передачи в телеметрическом канале (с учётом кодирования). При синтезе алгоритмов будем полагать, что значения символов сообщений случайны, независимы между собой, независимы в разные моменты времени и принимают значения  $\pm 1$  с равной вероятностью.

Ставится задача оценки сообщений  $G_{НС}$  и  $G_{ТЛ}$ , а также параметров сигнала  $\tau_i, \varphi_i$  в моменты времени  $t_k = k \cdot T$ , где  $T = T_{ТЛ}$  (длительность символа телеметрического сообщения).

### 3.2.2. Синтез дискриминаторов

Для синтеза системы используем метод группировки измерений, ранее использованный в разделе 1.2.2. С этой целью введём двойную нумерацию шкалы времени:

$$t_{k,i} = k \cdot T + i \cdot T_{Д}.$$

При этом отсчёты входного наблюдения рассматриваются в виде групп  $Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} = \left\{ y_{k-1,0} \ y_{k-1,1} \ \dots \ y_{k-1,N-1} \right\}$ , объединяющих отсчёты на интервале времени  $[t_{k-1}; t_k]$  (длительностью  $T$ ,  $M = T/T_{Д}$ ).

В соответствии с методикой, описанной в разделе 1.2.2, необходимо определить функцию правдоподобия сигнала на отрезке времени  $[t_{k-1}; t_k]$ . В связи с тем, что энергия сигнала не зависит от неизвестных параметров сигнала, получим:

$$\begin{aligned} p \left( Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} \mid \lambda, G_{НС,k-1}, G_{ТЛ,k-1} \right) = \\ = c \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot (s_{нав,k-1,i}(\lambda, G_{НС,k-1}) + \right. \\ \left. + s_{ТЛМ,k-1,i}(\lambda, G_{НС,k-1}, G_{ТЛ,k-1})) \right\}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

где  $\lambda$  - вектор неизвестных параметров, включающих задержку, доплеровское смещение частоты и фазу, общий для навигационного и телеметрического сигналов.

С использованием данного выражения будут синтезированы дискриминаторы систем слежения за фазой и задержкой сигнала. Для синте-



за дискриминаторов необходимо провести усреднение функции правдоподобия по неизвестным значениям передаваемых символов навигационного  $G_{НС}$  и телеметрического  $G_{ТЛ}$  сообщений. Конкретизируем выражение функции правдоподобия (3.9):

$$\begin{aligned}
& p \left( Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} \middle| \tau_{k-1}, \varphi_{k-1}, G_{НС,k-1}, G_{ТЛ,k-1} \right) = \\
& = c \exp \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \left( G_{НС,k-1,i} G_{ДК,k-1,i} \times \right. \right. \\
& \quad \times G_{СТР,k-1,i} \cos (\omega_{пр} T_{Д} i + \varphi_{k-1,i}) + \\
& \quad + G_{НС,k-1,i} G_{ДК,k-1,i} G_{ТЛ,k-1,i} G_{МН,k-1,i} \times \\
& \quad \left. \left. \times (1 - G_{СТР,k-1,i}) \cos (\omega_{пр} + \varphi_{k-1,i}) \right) \right\}. \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Проводя усреднение по значениям символов сообщений  $G_{НС,k-1,i}$  и  $G_{ТЛ,k-1,i}$ , учитывая их независимость, получаем:

$$\begin{aligned}
& p \left( Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} \middle| \tau_{k-1}, \omega_{k-1}, \varphi_{k-1} \right) = \tag{3.11} \\
& = c \frac{1}{4} \exp \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{ДК,k-1,i} G_{СТР,k-1,i} \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos ((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д} i + \varphi_{k-1}) \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{ДК,k-1,i} G_{МН,k-1,i} (1 - 0.5 G_{СТР,k-1,i}) \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos ((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д} i + \varphi_{k-1}) \right\} + \\
& + c \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{ДК,k-1,i} G_{СТР,k-1,i} \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos ((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д} i + \varphi_{k-1}) \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{ДК,k-1,i} G_{МН,k-1,i} (1 - 0.5 G_{СТР,k-1,i}) \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos ((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д} i + \varphi_{k-1}) \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +c \frac{1}{4} \exp \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{СТР},k-1,i} \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos \left( (\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1} \right) \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{МН},k-1,i} (1 - 0.5 G_{\text{СТР},k-1,i}) \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos \left( (\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1} \right) \right\} + \\
& +c \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{СТР},k-1,i} \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos \left( (\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1} \right) \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{МН},k-1,i} (1 - 0.5 G_{\text{СТР},k-1,i}) \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos \left( (\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned}
I_{P,\text{НС},k-1} &= \sum_{i=0}^{M-1} \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} y_{k-1,i} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{СТР},k-1,i} \times \right. \\
& \quad \left. \times \cos \left( (\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1} \right) \right\}, \tag{3.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{P,\text{ТЛМ},k-1} &= \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} \left\{ y_{k-1,i} G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{МН},k-1,i} \times \right. \\
& \quad \left. \times (1 - 0.5 G_{\text{СТР},k-1,i}) \cdot \cos \left( (\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1} \right) \right\}, \tag{3.13}
\end{aligned}$$

запишем выражение (3.11) в виде:

$$\begin{aligned}
& p \left( Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} \mid \tau_{k-1}, \omega_{k-1}, \varphi_{k-1} \right) = \\
& = c/4 \left( \exp \{ I_{P,\text{НС},k-1} \} \cdot \exp \{ I_{P,\text{ТЛМ},k-1} \} + \right. \\
& \quad + \exp \{ -I_{P,\text{НС},k-1} \} \cdot \exp \{ I_{P,\text{ТЛМ},k-1} \} + \\
& \quad + \exp \{ I_{P,\text{НС},k-1} \} \cdot \exp \{ -I_{P,\text{ТЛМ},k-1} \} + \\
& \quad \left. + \exp \{ -I_{P,\text{НС},k-1} \} \cdot \exp \{ -I_{P,\text{ТЛМ},k-1} \} \right) \tag{3.14}
\end{aligned}$$

Данное выражение может быть преобразовано с использованием соотношения

$$\operatorname{ch}(x) = \frac{\exp\{x\} + \exp\{-x\}}{2},$$

в результате чего получим окончательное выражение функции правдоподобия, усреднённого по значениям символов сообщений:

$$\begin{aligned} p\left(Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} \middle| \tau_{k-1}, \omega_{k-1}, \varphi_{k-1}\right) &= \\ &= \tilde{c} \cdot \operatorname{ch}\{I_{P,\text{НС},k-1}\} \cdot \operatorname{ch}\{I_{P,\text{ТЛМ},k-1}\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

### Синтез дискриминатора системы фазовой автоподстройки

При синтезе алгоритма слежения за фазой сигнала будем считать, что задача оценки задержки сигнала уже решена, то есть существует оценка задержки сигнала  $\tilde{\tau}_k$ . Выражение для вычисления процесса на выходе фазового дискриминатора получим, подставив функцию правдоподобия, усреднённую по значениям двоичных сообщений (3.15) в выражение (1.2). При этом получится:

$$\begin{aligned} u_{\text{Д},\varphi,k} &= -\operatorname{th}(I_{P,\text{НС},k-1}) \operatorname{ch}(I_{P,\text{ТЛМ},k-1}) \cdot Q_{P,\text{НС},k-1} - \\ &\quad - \operatorname{ch}(I_{P,\text{НС},k-1}) \operatorname{th}(I_{P,\text{ТЛМ},k-1}) \cdot Q_{P,\text{ТЛМ},k-1}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} Q_{P,\text{НС},k-1} &= \sum_{i=0}^{M-1} \frac{A}{\sigma_n^2} y_{k-1,i} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{СТР},k-1,i} \times \\ &\quad \times \sin((\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1}), \\ Q_{P,\text{ТЛМ},k-1} &= \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} G_{\text{ДК},k-1,i} G_{\text{МН},k-1,i} \times \\ &\quad \times (1 - 0.5 G_{\text{СТР},k-1,i}) \cdot \sin((\omega_{\text{пр}} + \omega_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \varphi_{k-1}), \end{aligned}$$

Учитывая, что отношение сигнал/шум в системе низкое, гипертангенс можно приблизительно заменить функцией  $\operatorname{th}(x) \approx x$ , а гиперкосинус  $\operatorname{ch}(x) \approx 1$ . В этом случае выражение для фазового дискриминатора примет вид:

$$u_{\text{Д},\varphi,k} = -I_{P,\text{НС},k-1} \cdot Q_{P,\text{НС},k-1} - I_{P,\text{ТЛМ},k-1} \cdot Q_{P,\text{ТЛМ},k-1}, \quad (3.16)$$

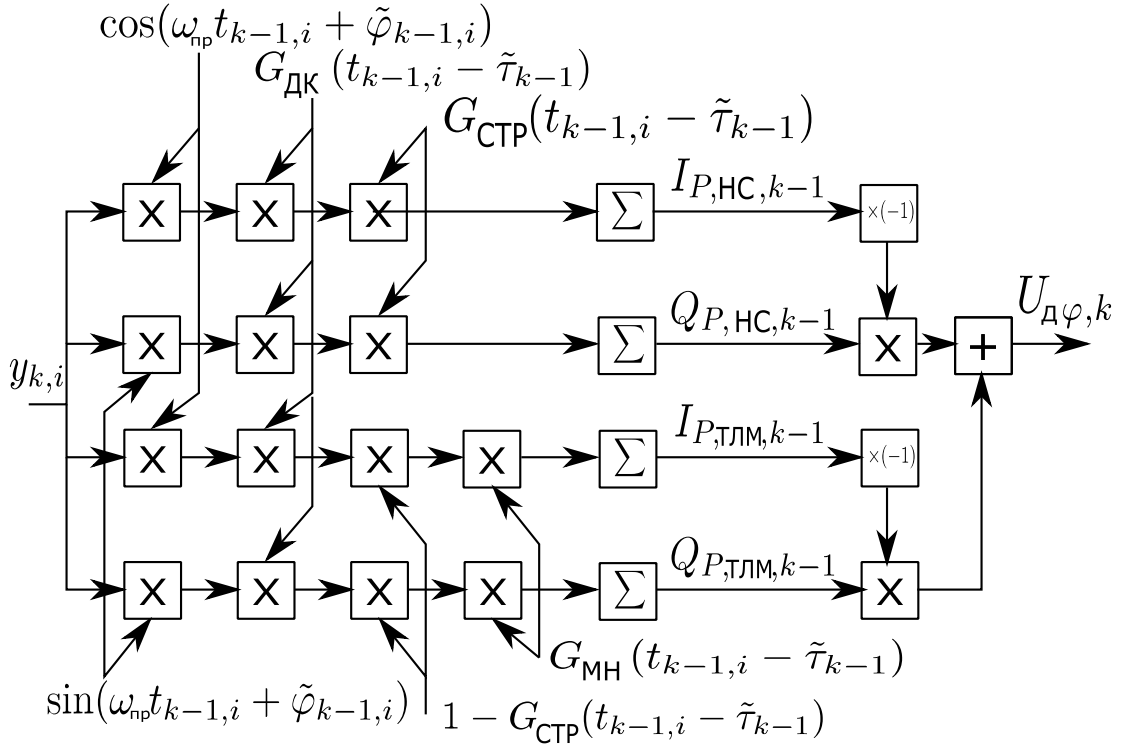


Рис. 3.5: Структура фазового дискриминатора

Структура полученного фазового дискриминатора изображена на рисунке 3.5. Данная структура содержит два блока, один из которых повторяет дискриминатор стандартного навигационного сигнала, а другой обрабатывает часть сигнала, связанную с передачей телеметрической информации.

### Анализ характеристик фазового дискриминатора

Анализ статистических характеристик фазового дискриминатора (3.16) приведён в приложении II. Дискриминационная характеристика фазового дискриминатора определяется выражением:

$$U_{Д\varphi,k} = 4q_{c/n_0}^2 \left( T_{НАВ}^2 \rho_{НАВ}^2(\varepsilon_{\tau,k-1}) + T_{ТЛМ}^2 \rho_{ТЛМ}^2(\varepsilon_{\tau,k-1}) \right) \times \sin(2\varepsilon_{\varphi,k-1} + \varepsilon_{\omega,k-1} \cdot T) \cdot \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k-1} \cdot T/2),$$

где  $T_{НАВ} = T \cdot 0.88$  - доля интервала накопления, приходящаяся на передачу только навигационного сообщения,  $T_{ТЛМ} = T \cdot 0.12$  - доля интервала накопления, приходящаяся на передачу телеметрического сообщения,  $\rho_{НАВ}(\varepsilon_{\tau})$  - автокорреляционная функция функции модуляции  $G_{НАВ}$  (раздел 3.2),  $\rho_{ТЛМ}(\varepsilon_{\tau})$  - автокорреляционная функция функции модуляции  $G_{ТЛМ}$  (раз-

дел 3.2). Дискриминационная характеристика фазового дискриминатора изображена на рисунке 3.6.

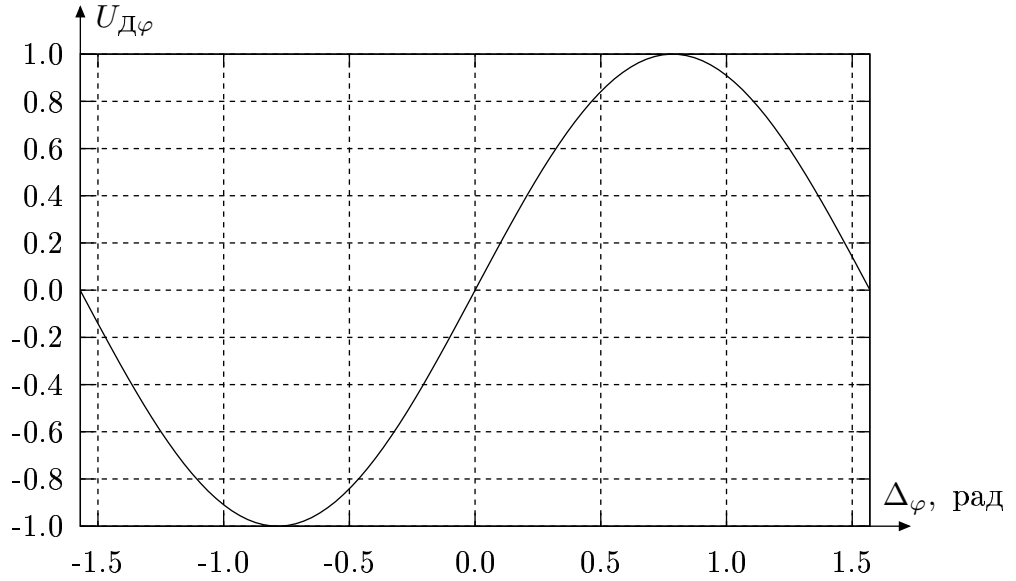


Рис. 3.6: Нормированная дискриминационная характеристика фазового дискриминатора

Флуктуационная характеристика фазового дискриминатора определяется выражением:

$$D_{Д\varphi} = 8q_{c/n_0}^3 T_{НАВ}^3 \rho_{НАВ}^3 (\varepsilon_{\tau}) \cdot \left( 1 + \frac{1}{2q_{c/n_0} T_{НАВ} \rho_{НАВ} (\varepsilon_{\tau})} \right) + \\ + 8q_{c/n_0}^3 T_{ТЛМ}^3 \rho_{ТЛМ}^3 (\varepsilon_{\tau}) \cdot \left( 1 + \frac{1}{2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_{\tau})} \right).$$

### Синтез дискриминатора системы слежения за задержкой

При синтезе алгоритма слежения за задержкой будем полагать, что задача оценки фазы сигнала решена, существует её оценка  $\tilde{\varphi}_k$ . Выражение процесса на выходе дискриминатора задержки можно получить на основе (1.2) подставляя (3.15) и выполняя дифференцирование по задержке:

$$u_{Д,\tau,k} = \left. \frac{\partial p \left( Y_{k-1,0}^{k-1,M-1} \middle| \tau_{k-1} \right)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tilde{\tau}_k}.$$

Выполнение дифференцирования непосредственно невозможно в виду того, что ПСП сигнала принимают дискретные значения, поэтому производ-

ная будет заменена разностным выражением:

$$u_{Д,τ,k} = -\text{th}(I_{P,НС,k-1}) \text{ch}(I_{P,ТЛМ,k-1}) \cdot (I_{E,НС,k-1} - I_{L,НС,k-1}) - \\ - \text{ch}(I_{P,НС,k-1}) \text{th}(I_{P,ТЛМ,k-1}) \cdot (I_{E,ТЛМ,k-1} - I_{L,ТЛМ,k-1}),$$

где индексами “E” и “L” обозначены компоненты на выходах коррелятора, опорные ПСП в которых опережают или запаздывают на  $\Delta_\tau$  ПСП в основном канале (с индексом “P”):

$$I_{E,НС,k-1} = \sum_{i=0}^{M-1} \frac{A}{\sigma_n^2} y_{k-1,i} \cdot G_{ДК,k-1,i}(\Delta_\tau) (1 + 0.5G_{СТР,k-1,i}) \times \\ \times \sin((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д}i + \varphi_{k-1}),$$

$$I_{L,НС,k-1} = \sum_{i=0}^{M-1} \frac{A}{\sigma_n^2} y_{k-1,i} \cdot G_{ДК,k-1,i}(-\Delta_\tau) (1 + 0.5G_{СТР,k-1,i}) \times \\ \times \sin((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д}i + \varphi_{k-1}),$$

$$I_{E,ТЛМ,k-1} = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} G_{ДК,k-1,i}(\Delta_\tau) G_{МН,k-1,i}(\Delta_\tau) \times \\ \times (1 - 0.5G_{СТР,k-1,i}) \cdot \cos((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д}i + \varphi_{k-1}),$$

$$I_{L,ТЛМ,k-1} = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y_{k-1,i} G_{ДК,k-1,i}(-\Delta_\tau) G_{МН,k-1,i}(-\Delta_\tau) \times \\ \times (1 - 0.5G_{СТР,k-1,i}) \cdot \cos((\omega_{пр} + \omega_{k-1}) T_{Д}i + \varphi_{k-1}),$$

Используя то же приближение, что и при синтезе фазового дискриминатора ( $\text{th}(x) \approx x$ ,  $\text{ch}(x) \approx 1$ ), получим упрощённое выражение для дискриминатора задержки:

$$u_{Д,τ,k} = -I_{P,НС,k-1} \cdot (I_{E,НС,k-1} - I_{L,НС,k-1}) - \\ - I_{P,ТЛМ,k-1} \cdot (I_{E,ТЛМ,k-1} - I_{L,ТЛМ,k-1}), \quad (3.17)$$

На рисунке 3.7 изображена структура дискриминатора задержки. Как и в фазовом дискриминаторе, в структуре дискриминатора можно выделить блок обработки навигационного сигнала и блок обработки части сигнала, содержащей передаваемое телеметрическое сообщение.

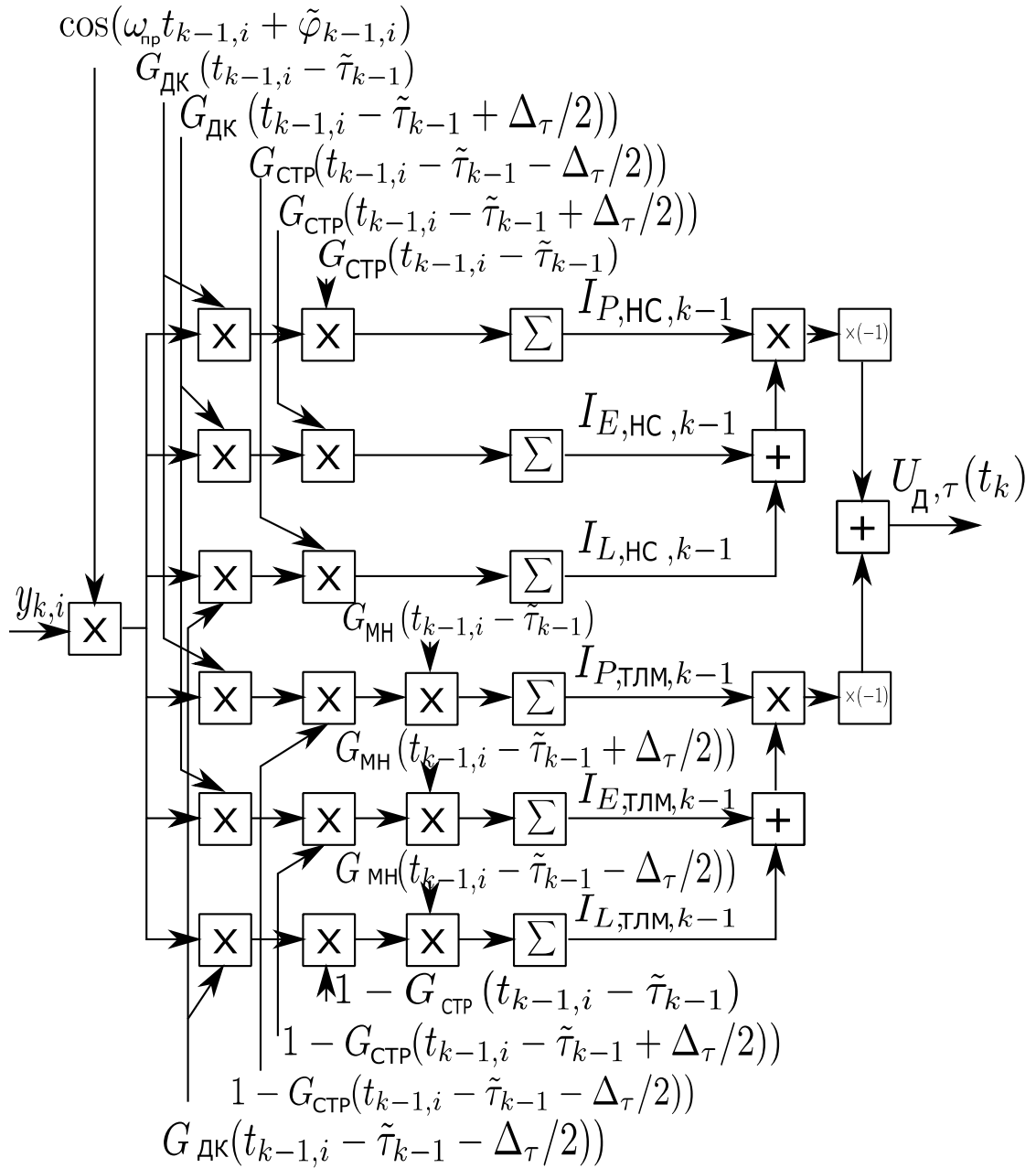


Рис. 3.7: Структура дискриминатора задержки

## Анализ характеристик дискриминатора задержки

Анализ статистических характеристик дискриминатора задержки приведён в приложении II. Дискриминационная характеристика дискриминатора задержки может быть выражена в виде:

$$U_{Д\tau, k}(\varepsilon_\tau) = 4q_{c/n_0}^2 \cos^2(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc}^2(\varepsilon_\omega \cdot T/2) \times \\ \times \left\{ T_{\text{НАВ}}^2 \rho_{\text{НАВ}}(\varepsilon_\tau) (\rho_{\text{НС}}(\varepsilon_\tau + \Delta_\tau) - \rho_{\text{НС}}(\varepsilon_\tau - \Delta_\tau)) + \right. \\ \left. + T_{\text{ТЛМ}}^2 \rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau) (\rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau + \Delta_\tau) - \rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau - \Delta_\tau)) \right\},$$

где  $T_{\text{НАВ}} = T \cdot 0.88$  - доля интервала накопления, приходящаяся на передачу только навигационного сообщения,  $T_{\text{ТЛМ}} = T \cdot 0.12$  - доля интервала накопления, приходящаяся на передачу телеметрического сообщения,  $\rho_{\text{НАВ}}(\varepsilon_\tau)$  - автокорреляционная функция функции модуляции  $G_{\text{НАВ}}$ ,  $\rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau)$  - автокорреляционная функция функции модуляции  $G_{\text{ТЛМ}}$ . Дискриминационная характеристика дискриминатора задержки изображена на рисунке 3.8.

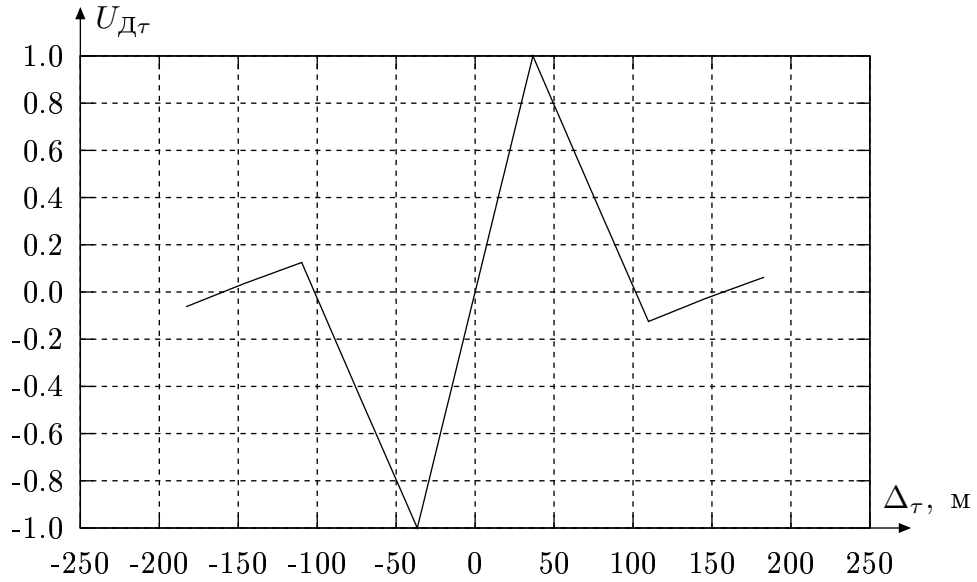


Рис. 3.8: Нормированная дискриминационная характеристика дискриминатора задержки

Дисперсия процесса на выходе дискриминатора задержки равна:

$$D_{Д\tau} = 16q_{c/n_0}^3 T_{\text{НАВ}}^3 \left( 1 + \frac{1 - \rho_{\text{НАВ}}(\Delta_\tau)}{2q_{c/n_0} T_{\text{НС}}} \right) + 16q_{c/n_0}^3 T_{\text{ТЛМ}}^3 \left( 1 + \frac{1 - \rho_{\text{ТЛМ}}(\Delta_\tau)}{2q_{c/n_0} T_{\text{ТЛМ}}} \right).$$



### 3.2.3. Алгоритмы выделения навигационного и телеметрического сообщений

В начале раздела 3.2 входной сигнал был представлен в виде суммы двух сигналов (3.3), первый из которых модулируется только навигационным сообщением, а второй - навигационным и телеметрическим сообщениями. Сообщения передаются с использованием двухуровневой фазовой манипуляции. Таким образом, при декодировании символов сообщений стоит задача приёма двух противоположных сигналов. Будем считать, что оценки остальных неизвестных параметров сигнала - фазы и задержки, получены. Алгоритм приёма символов сообщения примет вид сопоставления с нулевым порогом величины, накопленной в корреляторе. Алгоритм выделения навигационного сообщения имеет вид:

$$\hat{G}_{\text{НС},k} = \begin{cases} 1, & I_{P,\text{НС},k} > 0; \\ 0, & I_{P,\text{НС},k} \leq 0, \end{cases}$$

где  $I_{P,\text{НС},k}$  - компонента на выходе коррелятора, определяемая выражением (3.12).

Непосредственно выделить из сигнала символ навигационного сообщения нельзя, потому что соответствующая часть сигнала модулируется навигационным и телеметрическим сообщением. Исходя из этого необходимо оценить их произведение, а затем восстановить символ телеметрического сообщения по принятому символу навигационного сообщения:

$$\hat{G}_{\text{НС} \times \text{ТЛМ},k} = \begin{cases} 1, & I_{P,\text{ТЛМ},k} > 0; \\ 0, & I_{P,\text{ТЛМ},k} \leq 0; \end{cases}$$

$$\hat{G}_{\text{ТЛМ},k} = \hat{G}_{\text{НС} \times \text{ТЛМ},k} \times \hat{G}_{\text{НС},k},$$

где  $I_{P,\text{ТЛМ},k}$  - компонента на выходе коррелятора, определяемая выражением (3.13),  $\times$  - логическая операция "исключающее или".

Учитывая то, что на передачу телеметрического сообщения выделено только 12 % мощности сигнала, а на навигационное сообщение - 88 %, вероятность ошибочного приёма символа навигационного сообщения существенно меньше вероятности ошибочного приёма символа телеметрического сообщения и подобный косвенный метод восстановления символа телеметрического сообщения не приведёт к существенному росту вероятности

его ошибочного приёма. Исследование вероятности ошибок приёма символов проведено в разделе 3.3.2.

### 3.2.4. Синтез сглаживающих фильтров

Для работы построения систем слежения за фазой и задержкой необходимо синтезировать сглаживающие фильтры. Синтез фильтров будет осуществляться аналогично тому, как это было сделано для приёма сигнала БАМИ в разделе 1.2.4 с использованием методики раздельного синтеза дискриминатора и сглаживающего фильтра ([?]).

### Синтез сглаживающего фильтра системы ФАП

При синтезе фильтра системы ФАП будет использована линеаризованная дискриминационная характеристика дискриминатора:

$$U(\varepsilon_{\varphi,k}) = S_{\text{Д},\varphi}(\varphi_k - \tilde{\varphi}_k) + \eta_{\varphi,k},$$

где  $\varepsilon_{\varphi,k} = \varphi_k - \tilde{\varphi}_k$  - разность истинного и оценочного значения фазы сигнала,  $S_{\text{Д},\varphi}$  - крутизна фазового дискриминатора,  $\eta_{\varphi,k}$  - эквивалентный шум наблюдений. Введём эквивалентные линеаризованные наблюдения:

$$\tilde{y}_{\varphi,k} = \varepsilon_{\varphi,k} + \tilde{\eta}_{\varphi,k}, \quad (3.18)$$

где  $\tilde{\eta}_{\varphi,k}$  - эквивалентный шум наблюдений, пересчитанный ко входу фазового дискриминатора.

Для наблюдений (3.18) при динамике входного процесса (3.7) уравнения оптимальной фильтрации имеют вид:

$$\hat{\vec{x}}_{\varphi,k} = \tilde{\vec{x}}_{\varphi,k} + \mathbf{K}_{\varphi,k} \left( \tilde{\eta}_{\varphi,k} - \mathbf{C} \tilde{\vec{x}}_{\varphi,k} \right), \quad (3.19)$$

$$\tilde{\vec{x}}_{\tau,k} = \mathbf{F} \tilde{\vec{x}}_{\tau,k-1},$$

$$\mathbf{K}_{\varphi,k} = \mathbf{D}_{\tilde{\vec{x}}_{\varphi,k}} \mathbf{C}^T D_{\tilde{\eta}_{\varphi}}^{-1}, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{D}_{\tilde{\vec{x}}_{\varphi,k}}^{-1} = \left( \mathbf{F} \mathbf{D}_{\tilde{\vec{x}}_{\varphi,k-1}} \mathbf{F}^T + \mathbf{G} \sigma_{\xi_{\varphi}}^2 \mathbf{G}^T \right)^{-1} + \mathbf{C}^T D_{\tilde{\eta}_{\varphi}}^{-1} \mathbf{C}^T. \quad (3.21)$$

Разностное дисперсионное уравнение (3.21) можно решить заранее, что позволяет рассчитать достижимую точность работы системы. Переход к нелинейным уравнениям фильтрации возможен с использованием эквивалентных наблюдений (3.18) и приводит к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{k-1} &= \tilde{\varphi}_{k-1} + K_{11,\varphi,k} \cdot u_{\text{Д}\varphi,k} / S_{\text{Д}\varphi}, & \tilde{\varphi}_{k-1} &= \hat{\varphi}_{k-2} + \hat{\omega}_{k-2}T, \\ \hat{\omega}_{k-1} &= \tilde{\omega}_{k-1} + K_{21,\varphi,k} \cdot u_{\text{Д}\varphi,k} / S_{\text{Д}\varphi}, & \tilde{\omega}_{k-1} &= \hat{\omega}_{k-2} + \hat{\omega}'_{k-2}T, \\ \hat{\omega}'_{k-1} &= \hat{\omega}'_{k-1} + K_{31,\varphi,k} \cdot u_{\text{Д}\varphi,k} / S_{\text{Д}\varphi}\end{aligned}$$

где  $K_{ij\varphi,k}$  - коэффициенты, определяемые (3.20).

### Синтез сглаживающего фильтра системы ССЗ

Учитывая одинаковую структуру модели фазы (3.7) и модели задержки (3.8), алгоритм слежения за задержкой полностью аналогичен алгоритму слежения за фазой.

$$\begin{aligned}\hat{\tau}_{k-1} &= \tilde{\tau}_{k-1} + K_{11,\tau,k} \cdot u_{\text{Д}\tau,k} / S_{\text{Д}\tau}, & \tilde{\tau}_{k-1} &= \hat{\tau}_{k-2} + \hat{\tau}'_{k-2}T, \\ \hat{\tau}'_{k-1} &= \tilde{\tau}'_{k-1} + K_{21,\tau,k} \cdot u_{\text{Д}\tau,k} / S_{\text{Д}\tau}, & \tilde{\tau}'_{k-1} &= \hat{\tau}'_{k-2} + \hat{\tau}''_{k-2}T, \\ \hat{\tau}''_{k-1} &= \hat{\tau}''_{k-1} + K_{31,\tau,k} \cdot u_{\text{Д}\tau,k} / S_{\text{Д}\tau}\end{aligned}$$

где  $K_{ij\tau,k}$  - коэффициенты, определяемые уравнениями:

$$\mathbf{K}_{\tau,k} = \mathbf{D}_{\vec{x}_{\tau,k}} \mathbf{C}^T D_{\tilde{\eta}_{\tau}}^{-1},$$

$$\mathbf{D}_{\vec{x}_{\tau,k}}^{-1} = (\mathbf{F} \mathbf{D}_{\vec{x}_{\tau,k-1}} \mathbf{F}^T + \mathbf{G} \sigma_{\xi_{\tau}}^2 \mathbf{G}^T)^{-1} + \mathbf{C}^T D_{\tilde{\eta}_{\tau}}^{-1} \mathbf{C}^T. \quad (3.22)$$

#### 3.2.5. Теоретический анализ характеристик синтезированного алгоритма

Анализ точности работы алгоритмов слежения за фазой и задержкой возможен на основе дисперсионных уравнений (3.21) и (3.22). Рассмотрим для сравнения алгоритм приёма совместного сигнала и алгоритм, дискриминатор которого работает только по навигационному сигналу, а второе

слагаемое в выражениях (3.16) и (3.17) опущено. Соответственно будут отсутствовать дополнительные слагаемые и в выражениях для крутизн и дисперсий шумов наблюдений дискриминаторов.

На рисунке 3.9 изображена зависимость СКО оценки фазы от времени, полученная путём прямого расчёта дисперсионного уравнения (3.21). Из данного графика следует, что алгоритм, не использующий измерения телеметрического канала, оказывается менее точным. Выигрыш составляет 6 %.

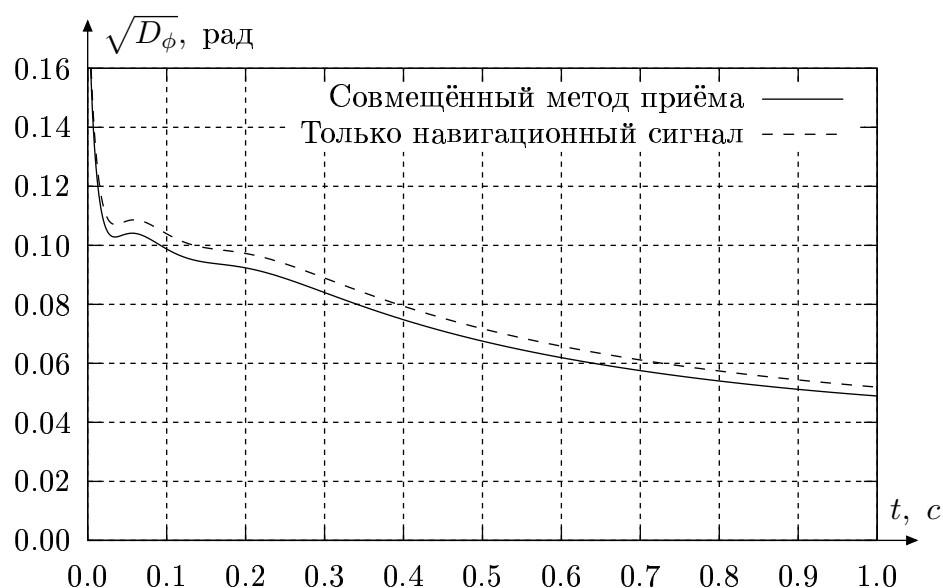


Рис. 3.9: Теоретически полученная зависимость СКО оценки фазы в двух алгоритмах от времени

На рисунке 3.10 изображена зависимость СКО оценки частоты сигнала, также полученная на основе анализа дисперсионного уравнения (3.21). Разница между двумя рассматриваемыми алгоритмами не так велика, как при измерении фазы и составляет 4%.

На рисунке 3.11 изображена зависимость СКО оценки задержки сигнала, полученная путём решения дисперсионного уравнения (3.22). Графики практически не отличимы, что означает отсутствие существенного выигрыша в точности оценки задержки.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что выигрыш по точности при применении разработанного алгоритма незначителен.

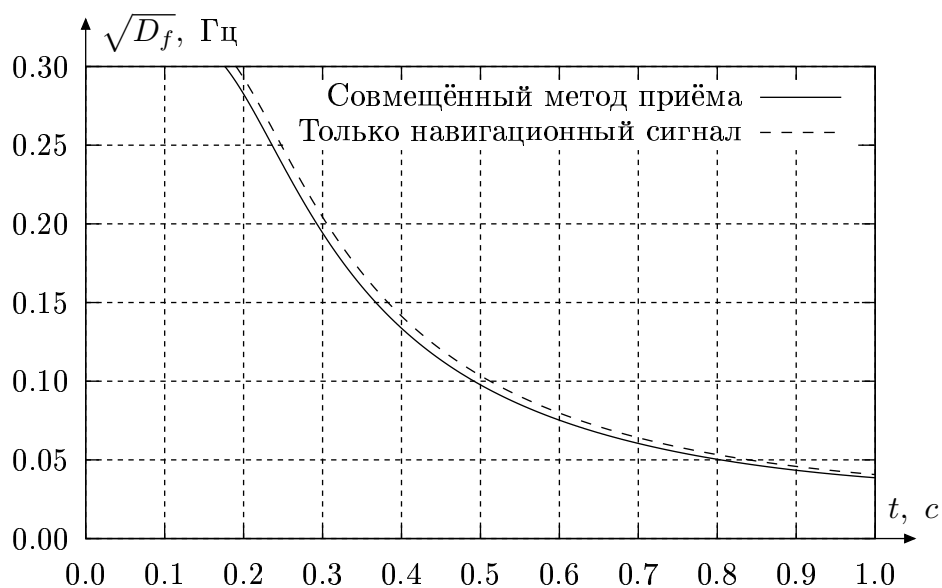


Рис. 3.10: Теоретически полученная зависимость СКО оценки частоты в двух алгоритмах от времени

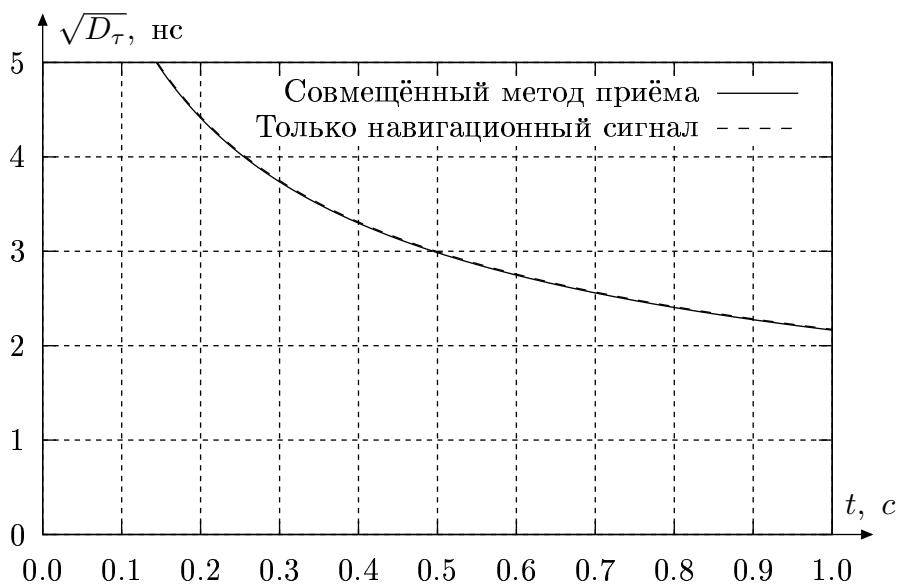


Рис. 3.11: Теоретически полученная зависимость СКО оценки задержки в двух алгоритмах от времени

### 3.3. Имитационное моделирование синтезированного алгоритма

Для оценки качества работы синтезированного алгоритма создана имитационная модель. Структура модели изображена на рисунке 3.12. Текст программы расположен в приложении VI. Созданная модель поз-

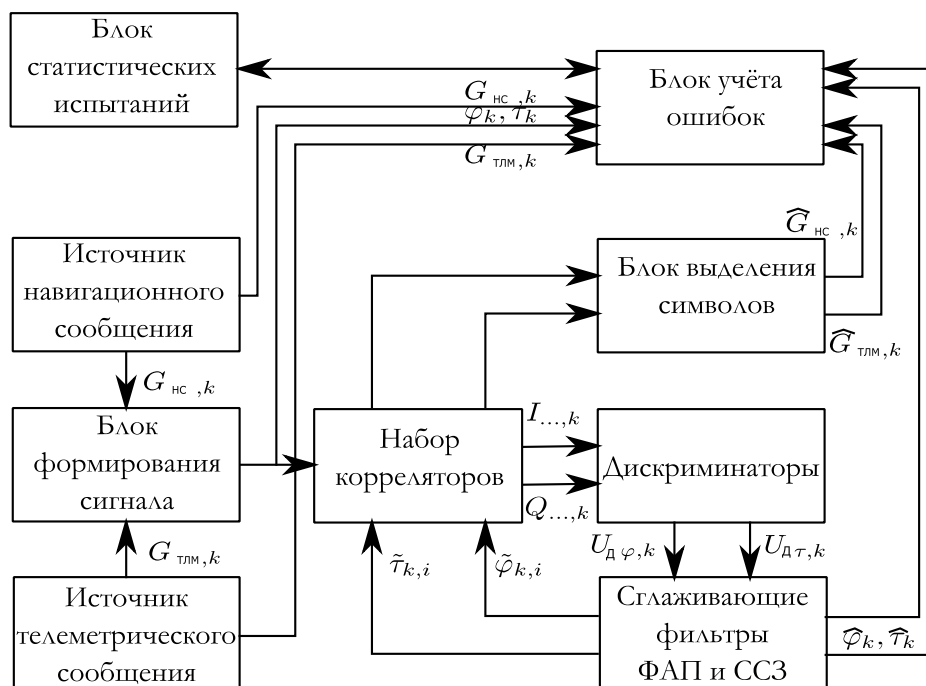


Рис. 3.12: Структура имитационной модели системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщения

воляет проводить следующие виды исследований:

- проверять работу режима слежения;
- статистически оценивать точность слежения за фазой, частотой и задержкой сигнала;
- контролировать передачу информационного сообщения и статистически рассчитывать вероятности правильного приёма символов сообщения.

На рисунке 3.13 изображено несколько реализаций ошибки слежения за фазой сигнала. Из данного графика можно сделать вывод о том, что среднеквадратическое значение ошибки слежения за фазой не превышает расчётного значения 0.05 рад и не выходит за пределы аперттуры дискриминационной характеристики фазового дискриминатора.

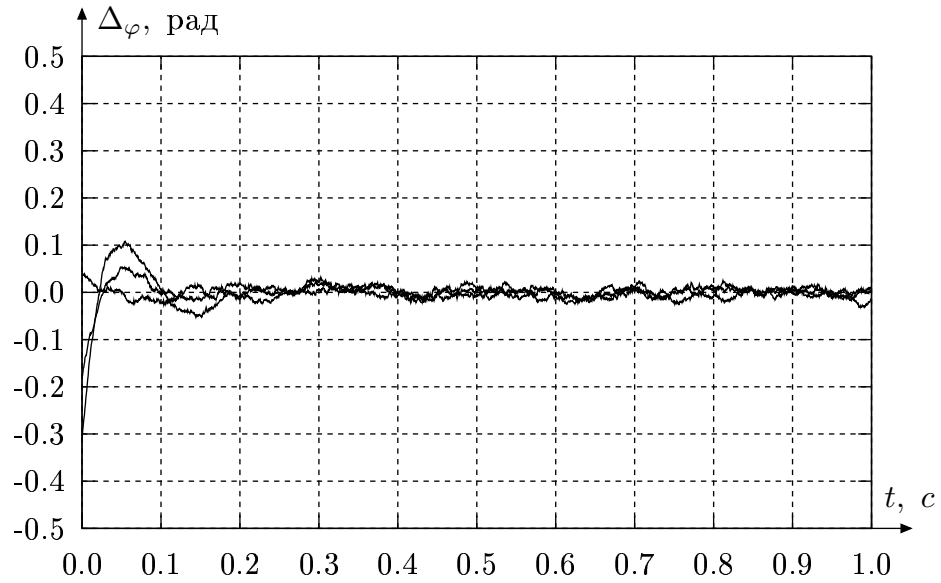


Рис. 3.13: Несколько реализаций ошибки слежения за фазой сигнала

На рисунке 3.14 изображены несколько реализаций ошибок слежения за частотой сигнала. Среднеквадратическое значение ошибка слежения за частотой соответствует теоретически полученному значению 0.05 Гц (график 3.10).

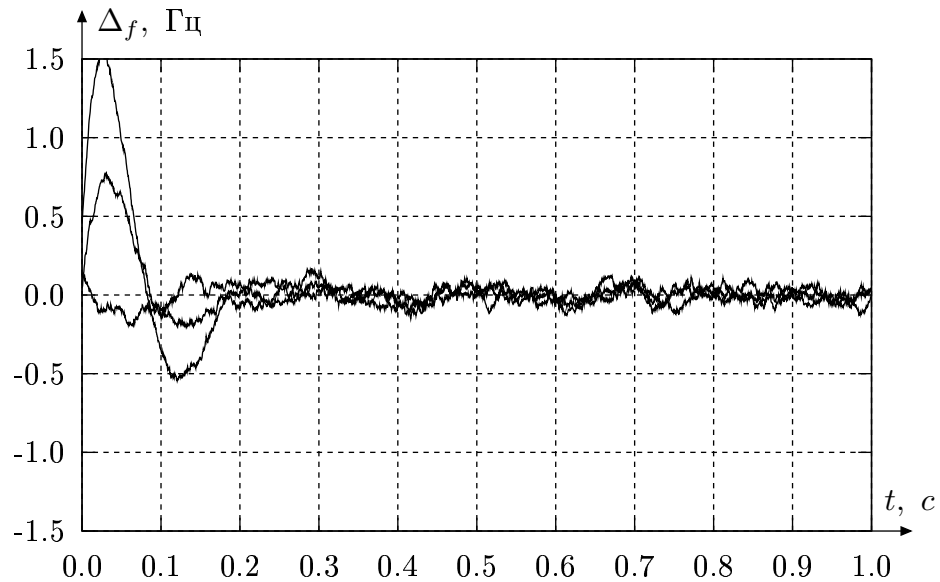


Рис. 3.14: Несколько реализаций ошибки слежения за частотой сигнала

На рисунке 3.15 изображены несколько реализаций ошибок слежения за задержкой сигнала. Среднеквадратическое значение ошибки оценки задержки также не превышает расчётного значения 2 нс (график 3.15). Оценки точности слежения за частотной и задержкой, полученные путём

усреднения по ансамблю реализаций, приведены ниже в разделе 3.3.1.

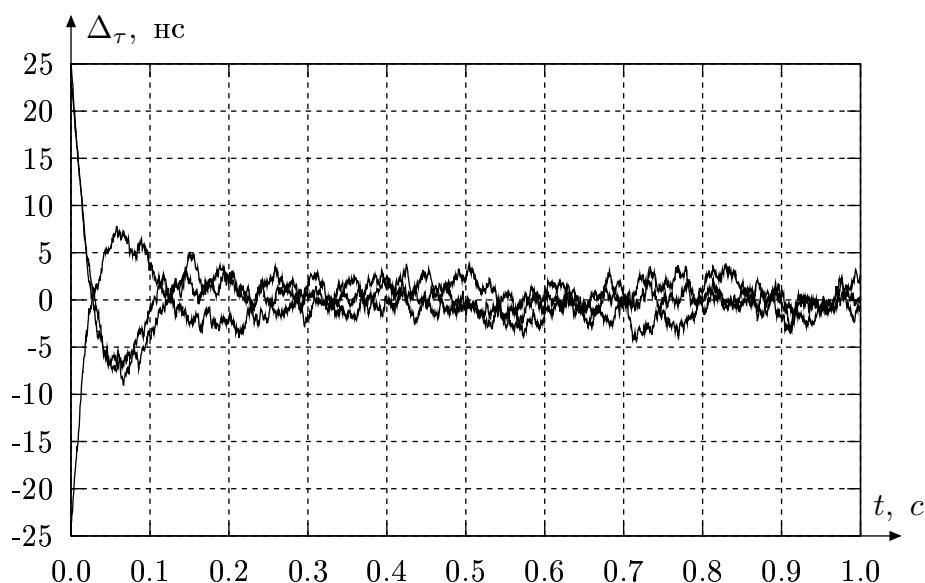


Рис.3.15: Несколько реализаций ошибки слежения за задержкой сигнала

### 3.3.1. Анализ точности оценки параметров сигнала

Созданная имитационная модель системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений позволяет проводить статистические испытания созданной системы, в ходе которых путём усреднения по 100 реализациям рассчитаны зависимости выборочной дисперсии ошибки слежения за частотой и задержкой сигнала.

На рисунке 3.16 изображены зависимости СКО оценки частоты сигнала для двух алгоритмов - с учётом и без учёта телеметрической части сигнала. Моделирование проведено при отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума  $q_{с/т_0} = 55$  дБГц. Из данного графика можно сделать вывод о том, что точность слежения за параметрами сигнала, достигнутая на численной модели системы соответствует теоретически полученному значению 0.05 Гц.

На рисунке 3.17 изображены зависимости СКО оценки задержки сигнала, полученные путём расчёта дисперсионных уравнений и путём статистического моделирования работы системы. Полученная на имитационной модели точность также соответствует расчётному значению 2 нс.



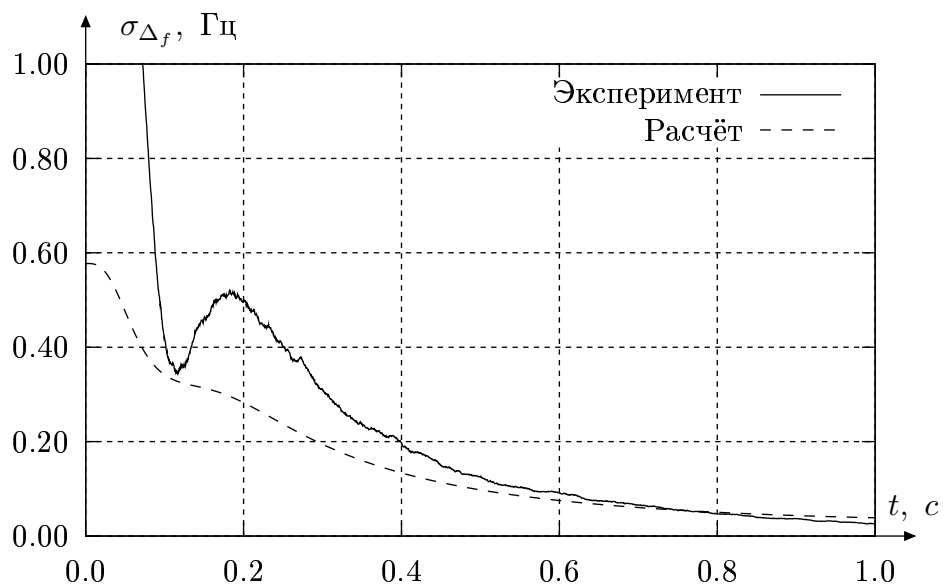


Рис. 3.16: Экспериментально полученная зависимость СКО оценки частоты сигнала

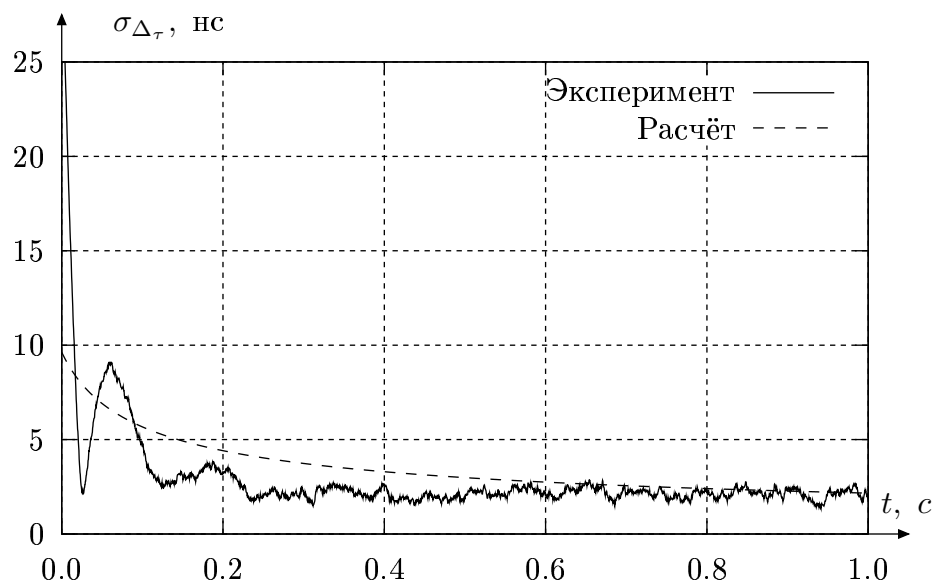


Рис. 3.17: Экспериментально полученная зависимость СКЗ оценки задержки сигнала

### 3.3.2. Анализ вероятности правильного приёма символов

Учитывая то, что основная задача совмещённого приёмника заключается в получении передаваемой телеметрической информации, статистическими методами был проведён расчёт вероятности ошибки приёма телеметрического кодового символа (без учёта помехоустойчивого кодирования).

На рисунке 3.18 изображена зависимость вероятности ошибки приёма телеметрического символа от энергетики сигнала. Для проверки рассчита-

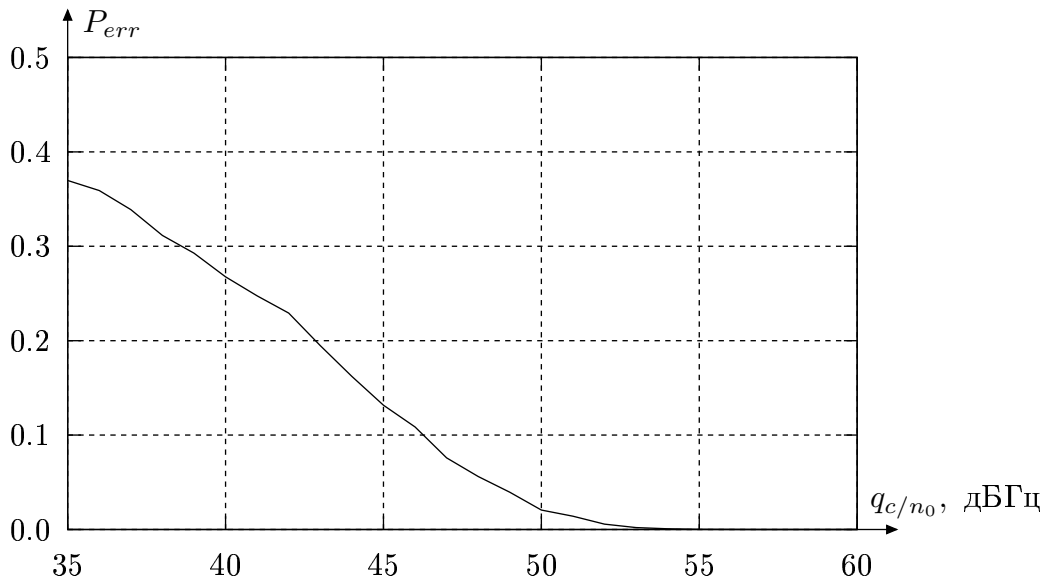


Рис. 3.18: Зависимость вероятности ошибки приёма символа от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума

ем отношение сигнал/шум, при котором система будет работоспособна. Исходя из свойств используемого помехоустойчивого кодирования допустимое отношение сигнал/шум на длительности электрического символа составляет -0.7 дБ. Вероятность ошибки различения противоположных сигналов в этой ситуации определяется формулой [?]:

$$P_{err} = 1 - \Phi \left( \sqrt{2 \cdot E_{\text{симв}}/N_0} \right) \approx 0.1.$$

Таким образом, система будет признаваться работоспособной, если вероятность ошибки не превысит 0.1. Из графика 3.18 определяем критическое значение  $q_c/n_0 = 47$  дБГц. В нормальном режиме функционирования отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума составляет 55 дБГц, поэтому данная система обладает определённым запасом.

Длительность символа составляет  $1/3$  мс, из которых только 12 % используется на телеметрический сигнал, поэтому если отношение сигнал/шум на символ составляет -0.7 дБ, то отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума равно:

$$q_{c/n_0} = E_{\text{симв}}/N_0/(1 \cdot 10^{-3})/0.12 \cdot 3 \cdot 2 = 5.1 \cdot 10^3 \text{ Гц (47 дБГц)}.$$

Таким образом результаты эксперимента соответствуют результатам расчёта.

Проверить вероятность правильной оценки символа навигационного сообщения не представляется возможным. Длительность символа навигационного сигнала в 12 раз больше, чем длительность символа телеметрического сообщения. Кроме того, на телеметрическое сообщение приходится 12 % мощности, а на навигационное — 88 %. Таким образом, отношение сигнал/шум на навигационном символе в 88 раз больше, чем на телеметрическом, и вероятность его ошибочного приёма практически равна нулю.

### **3.3.3. Анализ влияния передачи дополнительного телеметрического сигнала на стандартный навигационный приёмник**

Введение дополнительной модуляции сигнала телеметрическим сообщением не может не сказаться на работе стандартных навигационных приёмников, рассчитанных только на чистый навигационный сигнал. Стандартный навигационный приёмник использует в опорном сигнале коррелятора чистую ПСП навигационного сигнала. Модулирующая функция совмещённого сигнала содержит модифицированную функцию модуляции, в то время как синусоидальная заполняющая сигнала осталась неизменной. Исходя из этого наиболее интересным представляется влияние дополнительной модуляции сигнала телеметрическим сообщением на дискриминатор задержки стандартного приёмника.

Для исследования этого вопроса в имитационную модель приёмника в качестве опорного сигнала заложен чистый навигационный сигнал, не содержащий дополнительной модуляции телеметрическим сообщением, в то время, как при формировании сигнала использовалась модифицированная функция модуляции. Путём моделирования работы всей системы

на промежуточной частоте при отсутствии аддитивных шумов приёмника рассчитана дискриминационная характеристика дискриминатора задержки. Кроме того, рассчитана дискриминационная характеристика дискриминатора задержки при работе по чистому навигационному сигналу. Дискриминационная характеристика изображена на рисунке 3.19. Из данного

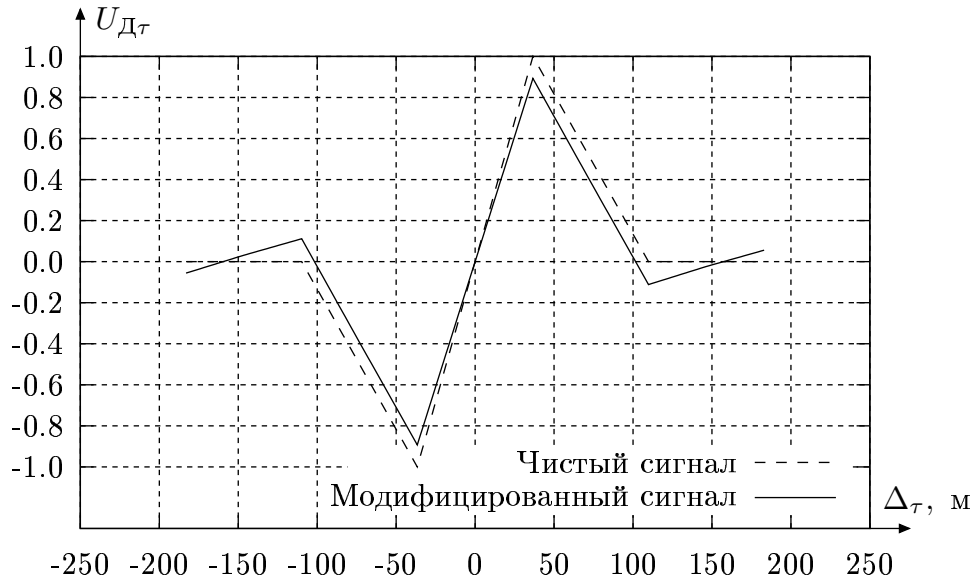


Рис. 3.19: Дискриминационная характеристика по задержке стандартного навигационного приёмника

рисунка видно, что дискриминационная характеристика дискриминатора задержки оказалась искажена. Это искажение выражено в двух факторах. Во-первых, уровень боковых лепестков возрос, однако в рабочем режиме ошибка слежения находится на линейном участке дискриминационной характеристики. Во-вторых, крутизна дискриминатора снизилась на 6 %. Учитывая то, что мощность эквивалентных шумов наблюдений, пересчитанные ко входу дискриминатора обратно пропорциональны квадрату его крутизны ([?]), это приведёт к увеличению мощности эквивалентных шумов наблюдений на 13 %. Среднеквадратическая точность слежения пропорциональна квадратному корню из дисперсии эквивалентных шумов наблюдений, поэтому она снизится на 6 %, что незначительно.

При когда система передачи телеметрического сигнала будет установлена на НС, суммарная мощность передатчика НС будет увеличена, для того, чтобы скомпенсировать снижение крутизны дискриминаторов навигационных приёмников.

### 3.4. Выводы по главе

При исследовании задачи приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции получены следующие результаты.

- Проведён синтез оптимальных алгоритмов приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, включающих алгоритмы слежения за фазой и дальномерным кодом, а также алгоритмы выделения навигационного и телеметрического сообщений. Приведена структура оптимального алгоритма.
- Проведён сравнительный анализ точности работы алгоритмов слежения за фазой и дальномерным кодом навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции и алгоритма, не учитывающего наличие дополнительной модуляции телеметрическим сообщением. Показано, что синтезированный алгоритм на 6 % эффективнее по точности по сравнению с алгоритмом, не учитывающим телеметрическую часть сигнала. Выигрыш по точности оценки частоты составил 4 %, а точность оценки задержки дальномерного кода осталась прежней.
- Создана математическая модель на ЭВМ системы приёма навигационного сигнала с комбинированным законом модуляции, демонстрирующая работоспособность синтезированного алгоритма.
- Путём численного моделирования определена точность оценки фазы и задержки дальномерного кода навигационного сигнала с комбинированным законом модуляции. Показано, что точность соответствует расчётной (полученной на основе решения дисперсионных уравнений) и составляет: среднеквадратическое значение ошибки оценки фазы - 0.05 рад, частоты - 0.05 Гц, задержки - 2 нс.
- Методом численного моделирования определена точность оценки параметров, показавшая, что точность соответствует расчётной (полученной на основе решения дисперсионных уравнений); среднеквадратическое значение ошибки оценки фазы составило 0.05 рад, частоты - 0.05 Гц, задержки - 2 нс.

- Методом статистического моделирования рассчитана вероятность ошибки приёма символов телеметрического сообщения. Продемонстрировано, что требуемая вероятность ошибки 0.1 достигается при  $q_{c/n_0} = 47$  дБГц. Вероятность ошибочного приёма символа навигационного сообщения в указанных условиях составляет  $3 \cdot 10^{-4}$ .
- Проведён анализ влияния дополнительной модуляции навигационного телеметрическим сообщением сигнала на стандартные навигационные приёмники, в результате чего показано, что точность оценки задержки снижается на 6 %, что незначительно.

## 4. Синтез и анализ алгоритма подавления узкополосных помех

Передача телеметрической информации с борта НС совместно с навигационным сигналом, рассматриваемая в третьей главе, связана с рядом сложностей. На практике в частотном диапазоне работы систем СРНС существует множество помех. Приём телеметрического сообщения будет осуществляться на специальном пункте, где кроме аппаратуры спутниковой навигации используется большое количество других радиотехнических средств. Кроме того, возможен корабельный вариант системы приёма телеметрического сигнала, а на кораблях проблема электромагнитной совместимости стоит наиболее остро.

Планируется оборудовать приёмник совмещённого сигнала средствами помехозащиты. Существуют различные методы борьбы с помехами, различающиеся признаком, по которому различаются полезный сигнал и помеха. В данной работе рассматривается различение помех по частотному признаку. Полезный сигнал в системах СРНС - псевдошумовой с широким спектром, что даёт возможность выделять на его фоне узкополосные помехи. Ниже рассмотрен один из возможных алгоритмов подавления узкополосных помех - в форме трансверсального фильтра [?].

### 4.1. Синтез алгоритма подавления узкополосных помех в виде трансверсального фильтра

#### 4.1.1. Постановка задачи синтеза

На вход системы обработки сигнала в дискретном времени поступает аддитивная смесь полезного сигнала, помех и шума наблюдений:

$$\dot{y}_k = \dot{S}_{c,k} + \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} + \dot{n}_k,$$

где  $\dot{S}_{c,k}$  - комплексный полезный сигнал с амплитудой  $A_c$ ,  $\dot{S}_{\Pi,i,k} = A_{\Pi,i} \cdot e^{j(2\pi f_{\Pi,i} T_d k + \varphi_k)}$  - узкополосная помеха,  $\dot{n}_k$  - комплексный дискретный белый гауссовский шум, При этом  $P_c = A_c^2/2$  - мощность сигнала,  $P_{\Pi} = \sum_{i=1}^M A_{\Pi,i}^2/2$  - суммарная мощность помех,  $q_{c/n_0} = P_c/N_0 = A_c^2/(2N_0)$  - отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума.

Из теории оптимального приёма при аддитивном воздействии помехи и сигнала следует компенсационная структура системы обработки. Для создания такой системы необходимо формировать оценку помехового сигнала. Если формировать эту оценку с использованием линейного фильтра, то фильтр, который требуется синтезировать, можно представить в виде:

$$\dot{\eta}_k = \dot{y}_k - \sum_{i=1}^n \dot{\beta}_i^* \dot{y}_{k-1}, \quad (4.1)$$

такой, что:

$$M \left[ \left| \dot{\eta}_k - \dot{S}_{c,k} \right|^2 \right] \xrightarrow{\dot{\beta}} \min$$

#### 4.1.2. Синтез алгоритма

Запишем выражение для трансверсального фильтра (4.1) в векторном виде:

$$\dot{\eta}_k = \dot{y}_k - \dot{\beta}_n^{*T} \mathbf{Y}_{k-1,n}, \quad (4.2)$$

где  $\dot{\beta}_n^{*T} = \left[ \dot{\beta}_1^* \quad \dot{\beta}_2^* \quad \dots \quad \dot{\beta}_n^* \right]$  - вектор весовых коэффициентов фильтра,  $\mathbf{Y}_{k-1,n} = \left[ \dot{y}_{k-1} \quad \dot{y}_{k-2} \quad \dots \quad \dot{y}_{k-n} \right]^T$  - вектор комплексных наблюдений, предшествующих моменту времени  $t_k$ . Данное соотношение описывает линейный фильтр с конечной импульсной характеристикой порядка  $n$ . Введём также комплексные векторы сигнала и помех:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}_{c,k-1,n} &= \left[ \dot{S}_{c,k-1} \quad \dot{S}_{c,k-2} \quad \dots \quad \dot{S}_{c,k-n} \right]^T, \\ \dot{\mathbf{n}}_{k-1,n} &= \left[ \dot{n}_{k-1} \quad \dot{n}_{k-2} \quad \dots \quad \dot{n}_{k-n} \right]^T, \\ \dot{\mathbf{S}}_{\Pi,k-1,n} &= \left[ \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k-1} \quad \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k-2} \quad \dots \quad \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k-n} \right]^T. \end{aligned}$$

Векторное наблюдение можно записать в виде:

$$\mathbf{Y}_{k-1,n} = \dot{\mathbf{S}}_{c,k-1,n} + \dot{\mathbf{S}}_{\Pi,k-1,n} + \dot{\mathbf{n}}_{k-1,n} = \dot{\mathbf{S}}_{c,k-1,n} + \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n}, \quad (4.3)$$



где

$$\dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} = \dot{\mathbf{S}}_{\Pi,k-1,n} + \dot{\mathbf{n}}_{k-1,n} \quad (4.4)$$

помеховая составляющая вектора наблюдений.  $k$ -й отсчёт помеховой составляющей примет вид:

$$\dot{z}_{\Pi,k} = \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} + \dot{n}_k. \quad (4.5)$$

Для расчёта оптимальных коэффициентов подставим (4.3 - 4.5) в (4.2) получим:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_k = \dot{S}_{c,k} + \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} + \dot{n}_k - \dot{\beta}_n^{*T} \left( \dot{\mathbf{S}}_{c,k-1,n} + \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} \right) = \\ \dot{S}_{c,k} - \dot{\beta}_{\Pi}^{*T} \dot{\mathbf{S}}_{c,k-1,n} + \dot{\varepsilon}_k \left( \dot{\beta}_n \right), \end{aligned}$$

где

$$\dot{\varepsilon}_k \left( \dot{\beta}_n \right) = \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k-1,n} + \dot{n}_k - \dot{\beta}_n^{*T} \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} = \dot{z}_{\Pi,k} - \dot{\beta}_n^{*T} \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} -$$

составляющая процесса  $\dot{\eta}_k$ , обусловленная помеховыми сигналами (в том числе, внутренним шумом приёмника).

Оптимальный вектор коэффициентов можно получить из условия минимума математического ожидания квадрата ошибки:

$$\begin{aligned} \min_{\dot{\beta}_n} M \left[ \left| \dot{\varepsilon}_k \left( \dot{\beta}_n \right) \right|^2 \right] &= \min_{\dot{\beta}_n} M \left[ \left| \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} + \dot{n}_k - \dot{\beta}_n^{*T} \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} \right|^2 \right] = \quad (4.6) \\ &= \min_{\dot{\beta}_n} \left[ \left| \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} \right|^2 + 2\sigma_n^2 - 2 \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} M \left[ \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n}^{*T} \right] \dot{\beta}_{\Pi} + \right. \\ &\quad \left. + \dot{\beta}_n^{*T} M \left[ \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n}^{*T} \right] \dot{\beta}_n \right]. \end{aligned}$$

Из выражения (4.6), получим:

$$\hat{\beta}_{\Pi} = \mathbf{R}_{\mathbf{Z}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{Z}S_{\Pi}}, \quad (4.7)$$

где

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Z}} = M \left[ \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n}^{*T} \right] -$$

автокорреляционная матрица помехового вектора, рассчитанная для  $n$  предшествующих текущему моменту отсчётов,

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Z}_{S_n}} = \sum_{i=1}^M \dot{S}_{\Pi,i,k} M \left[ \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} \right] = M \left[ \dot{z}_{\Pi,k}^* \dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n} \right] -$$

корреляционная функция  $k$  отсчёта суммы помех и предшествующего вектора всей помеховой составляющей наблюдения.

Выражения (4.3) и (4.4) отличаются наличием полезной составляющей  $\dot{S}_{c,k-1,n}$ . Нарушение работы навигационного приёмника происходит при большом уровне помех ( $P_{\Pi}/P_c \geq 30$  дБ), поэтому при вычислении коэффициентов (4.7) можно приближённо заменить  $\dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n}$  на  $\dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}$  и вычислять:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = M \left[ \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n} \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^{*T} \right], \quad (4.8)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{y_k}} = M \left[ \dot{y}_k^* \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n} \right]. \quad (4.9)$$

Подобная замена позволяет реализовать данный алгоритм на практике, так как реализация входного процесса  $\dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}$  доступна, а отдельно помеховая составляющая  $\dot{\mathbf{Z}}_{\Pi,k-1,n}$  - нет.

### 4.1.3. Расчёт частотного коэффициента передачи трансверсального фильтра

Важной характеристикой синтезированного фильтра является его частотный коэффициент передачи. Для расчёта коэффициента передачи фильтра (4.1) нужно использовать  $z$ -преобразование:

$$\dot{\eta}_k = \dot{y} - \sum_{i=1}^n \dot{\beta}_i^* z^{-i} \dot{y} = \left( 1 - \sum_{i=1}^n \dot{\beta}_i^* z^{-i} \right) \dot{y}.$$

Операторный коэффициент передачи имеет вид:

$$\dot{K}(z) = 1 - \sum_{i=1}^n \dot{\beta}_i^* z^{-i}.$$

Для того, чтобы получить коэффициент передачи в частотной области, необходимо подставить  $z = e^{j2\pi f T_D}$ :

$$\dot{K}(f) = 1 - \sum_{i=1}^n \dot{\beta}_i^* e^{-j2\pi f i T_D}. \quad (4.10)$$

#### 4.1.4. Анализ характеристик трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи

Выражение (4.7), описывающее оптимальные коэффициенты трансверсального фильтра, позволяет подстраивать коэффициенты трансверсального фильтра под спектр конкретной помехи. В общем случае анализ этого выражения невозможен. Однако в частном случае воздействия одной гармонической помехи можно аналитически рассчитать коэффициенты трансверсального фильтра и получить ряд результатов, существенных для понимания работы и выбора параметров трансверсального фильтра.

#### Расчёт коэффициентов трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи

Рассмотрим работу трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи:

$$\dot{S}_{\Pi,k} = A_{\Pi} e^{j2\pi f_{\Pi} T_{\text{Д}} k + \varphi_h}.$$

Матрица  $\mathbf{R}_{\mathbf{Z}}$  примет вид:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Z}} = A_{\Pi}^2 \begin{vmatrix} 1 & \dot{\rho}^{-1} & \dots & \dot{\rho}^{-(n-1)} \\ \dot{\rho}^1 & 1 & \dots & \dot{\rho}^{-(n-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{\rho}^{(n-1)} & \dot{\rho}^{(n-2)} & \dots & 1 \end{vmatrix} + 2\sigma_n^2 \mathbf{I}_n, \quad (4.11)$$

где  $\dot{\rho} = e^{-j2\pi f_i T_{\text{Д}}}$ ,  $\mathbf{I}_n$  - единичная матрица соответствующего размера. Введём вектор  $\boldsymbol{\nu} = \begin{vmatrix} 1 & \dot{\rho} & \dots & \dot{\rho}^{(n-1)} \end{vmatrix}^T$ .

$$\boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} = \begin{vmatrix} 1 \\ \dot{\rho} \\ \vdots \\ \dot{\rho}^{(n-1)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \dot{\rho} & \dots & \dot{\rho}^{(n-1)} \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} 1 & \dot{\rho}^{-1} & \dots & \dot{\rho}^{-(n-1)} \\ \dot{\rho}^1 & 1 & \dots & \dot{\rho}^{-(n-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{\rho}^{(n-1)} & \dot{\rho}^{(n-2)} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

В результате выражение (4.11) примет вид:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Z}} = A_{\Pi}^2 \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} + 2\sigma_n^2 \mathbf{I}_n. \quad (4.12)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Z}_{S_{\Pi}}} = A_{\Pi}^2 \begin{vmatrix} 1 & \dot{\rho} & \dots & \dot{\rho}^{(n-1)} \end{vmatrix}^T = A_{\Pi}^2 \dot{\rho} \boldsymbol{\nu}. \quad (4.13)$$

Оптимальное значение весовых коэффициентов весового фильтра  $\hat{\beta}_n$  равно:

$$\hat{\beta} = (A_{\Pi}^2 \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} + 2\sigma_n^2 \mathbf{I}_n)^{-1} A_{\Pi}^2 \dot{\rho} \boldsymbol{\nu} = (q_{\Pi} \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} + \mathbf{I}_n)^{-1} q_{\Pi} \dot{\rho} \boldsymbol{\nu}, \quad (4.14)$$

где  $q_{\Pi} = \frac{A_{\Pi}^2}{2\sigma_n^2} = \frac{P_{\Pi}}{N_0/(2T_{\text{Д}})}$  - отношение помеха-шум.

Для обращения матрицы в выражении (4.14) используем лемму об обращении матриц:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{DA}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{C}^{-1}) \mathbf{DA}^{-1},$$

в результате чего получим:

$$(q_{\Pi} \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} + \mathbf{I}_n)^{-1} = \mathbf{I}_n - \mathbf{I}_n \boldsymbol{\nu} (\boldsymbol{\nu}^{*T} \boldsymbol{\nu} + 1/q_{\Pi}) \boldsymbol{\nu}^{*T} \mathbf{I}_n = \mathbf{I} - \frac{q_{\Pi}}{nq_{\Pi} + 1} \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T},$$

где учтено, что  $\boldsymbol{\nu}^{*T} \boldsymbol{\nu} = n$

В результате получим значение оптимальных коэффициентов:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_n &= \left( \mathbf{I}_n - \frac{q_{\Pi}}{nq_{\Pi} + 1} \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} \right) q_{\Pi} \dot{\rho} \boldsymbol{\nu} = \\ &= q_{\Pi} \dot{\rho} \left( \boldsymbol{\nu} - \frac{q_{\Pi}}{nq_{\Pi} + 1} \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu}^{*T} \boldsymbol{\nu} \right) = \frac{q_{\Pi} \dot{\rho}}{nq_{\Pi} + 1} \boldsymbol{\nu}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

### Анализ характеристик трансверсального фильтра при воздействии одной помехи

Подставив оптимальные для одной гармонической помехи коэффициенты (4.15) в выражение (4.10), получим частотный коэффициент передачи:

$$\dot{K}(f) = 1 - \frac{1}{n + 1/q_{\Pi}} \sum_{i=1}^n e^{j2\pi(f_{\Pi} - f)iT_{\text{Д}}}$$

На частоте помехи  $f_{\Pi}$  значение коэффициента передачи равно:

$$\dot{K}(f = f_{\Pi}) = 1 - \frac{1}{n + 1/q_{\Pi}} \sum_{i=1}^n e^{j2\pi 0 iT_{\text{Д}}} = 1 - \frac{n}{n + 1/q_{\Pi}} \approx \frac{1}{nq_{\Pi}}.$$

Рассмотрим следующий пример. Пусть номинальная промежуточная частота сигнала составляет  $f_i = 11$  МГц, частота помехи  $f_{\Pi} = 11$  МГц,

частота дискретизации  $f_D = 1/T_D = 44$  МГц,  $\tilde{q}_\Pi = 10 \cdot \lg(\tilde{q}_\Pi) = 60$  дБ. На рисунке 4.1 изображена амплитудно-частотная характеристика трансверсального фильтра с оптимальными коэффициентами (4.15) при воздействии одной гармонической помехи. Количество отводов фильтра равно 2. Из рисунка 4.1 видно, что АЧХ имеет провал величиной -125 дБ, однако в

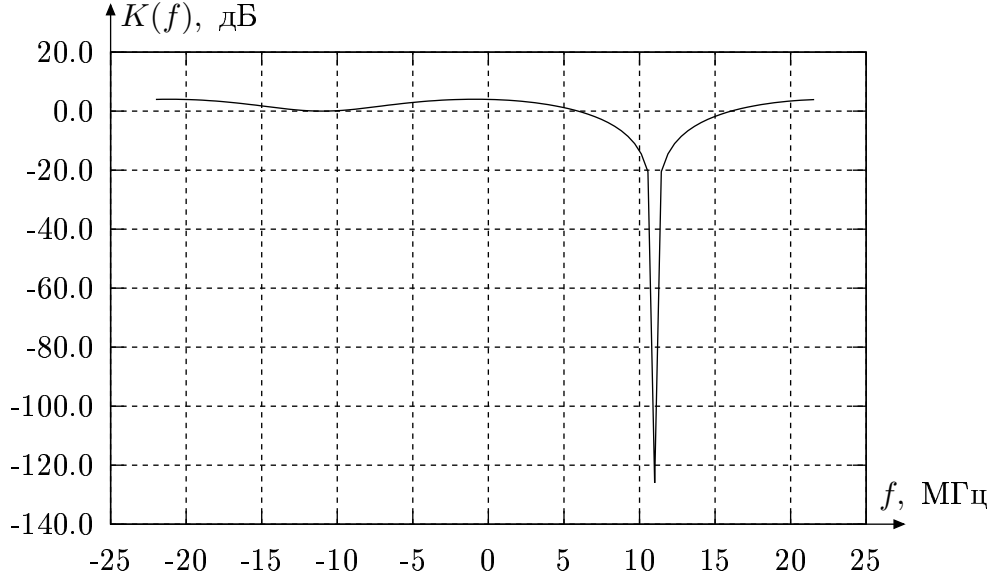


Рис. 4.1: АЧХ трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи ( $n=2$ )

полосе частот, соответствующей полезному навигационному сигналу ( $7 \div 15$  МГц), коэффициент подавления достигает 10 дБ. Для исправления этого необходимо увеличить количество отводов фильтра.

АЧХ фильтра, изображённая на рисунке 4.2 имеет гораздо более узкий провал, чем на рисунке 4.1. Ширина провала сократилась до единиц килогерц.

Рассчитаем дисперсию ошибки  $\dot{\varepsilon}_k$  процесса на выходе трансверсального фильтра:

$$\begin{aligned} D_\varepsilon &= M [\dot{\varepsilon}_k \dot{\varepsilon}_k^*] = M \left[ \left( \dot{z}_{\Pi,k} - \dot{\beta}_\Pi^{*T} \mathbf{Y}_{k-1,n} \right) \left( \dot{z}_{\Pi,k}^* - \mathbf{Y}_{k-1,n}^{*T} \dot{\beta}_\Pi \right) \right] = \\ &= D_{z_k} - \mathbf{R}_{ZS_\Pi}^{*T} \mathbf{R}_Z^{-1} \mathbf{R}_{ZS_\Pi}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

где  $D_{\varepsilon_k} = M \left[ |\dot{z}_{\Pi,k}|^2 \right]$ . Подставим (4.12) и (4.13) в (4.16):

$$D_\varepsilon = A_\Pi^2 + 2\sigma_n^2 - \frac{q_\Pi \dot{\rho}^*}{nq_\Pi + 1} \boldsymbol{\nu}^{*T} A_\Pi^2 \dot{\rho} \boldsymbol{\nu} = 2\sigma_n^2 \left( 1 + \frac{1}{n + 1/q_\Pi} \right). \quad (4.17)$$

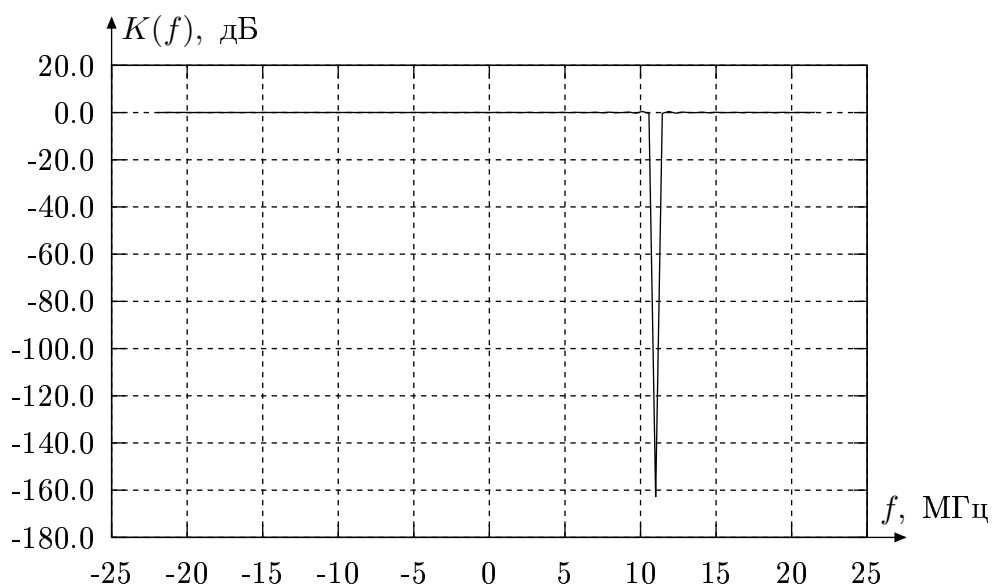


Рис. 4.2: АЧХ трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи ( $n=140$ )

Первое слагаемое в данном выражении обусловлено воздействием аддитивного шума, а второе характеризует гармоническую помеху после прохождения фильтра.

Первое слагаемое в выражении (4.17) определяет дисперсию процесса на выходе трансверсального фильтра, вызванную аддитивным шумом наблюдения, а второе - внешней помехой. Из выражения (4.17) следует, что при наличии помехи на входе дисперсия процесса на выходе трансверсального фильтра превышает ту, что была бы в обычном приёмнике при отсутствии помехи, однако даже при  $n = 1$  дисперсия увеличивается не более, чем в 2 раза (с учётом того, что  $q_{\text{п}} \geq 0$ ). Увеличение количества отводов фильтра  $n$  уменьшает дисперсию этого процесса. В пределе, при  $n \rightarrow \infty$  дисперсия процесса стремится к дисперсии шума в обычном приёмнике при отсутствии помехи.

### **Анализ искажения полезного сигнала в трансверсальном фильтре**

В предыдущем разделе показано, что даже при небольшом количестве отводов трансверсальный фильтр успешно подавляет помеху. Однако необходимо также рассмотреть воздействие фильтра на полезный сигнал.

Запишем навигационный сигнал в комплексном виде:

$$\dot{S}_{c,k} = A_c G_{\text{ДК},k} G_{\text{НС},k} e^{j(\varphi_{c,0} + \delta\varphi_c k)},$$

где  $A_c$  - амплитуда сигнала,  $G_{\text{ДК},k}$  - значение текущего символа дальномерного кода,  $G_{\text{НС},k}$  - значение символа навигационного сообщения,  $\varphi_{c,0}$  - начальная фаза сигнала,  $\delta\varphi_c = \omega_c T_{\text{Д}}$  - приращение фазы сигнала на одном шаге дискретизации. В аналогичной форме представим и помеху:

$$\dot{S}_{\text{п},k} = A_{\text{п}} e^{j(\varphi_{\text{п},0} + \delta\varphi_{\text{п}} k)}.$$

Подставим данное представление сигнала и помехи в (4.15):

$$\hat{\beta} = \frac{q_{\text{п}}}{nq_{\text{п}} + 1} \left| e^{-j\delta\varphi_{\text{п}}} \quad e^{-j2\delta\varphi_{\text{п}}} \quad \dots \quad e^{-jn\delta\varphi_{\text{п}}} \right|,$$

$$\hat{\beta}_i = \frac{q_{\text{п}}}{nq_{\text{п}} + 1} e^{-j\delta\varphi_{\text{п}} i}.$$

Подставим полученные значения коэффициентов в выражение для процесса на выходе трансверсального фильтра (4.1), полагая, что на его входе отсутствуют аддитивные шумы и помехи:

$$\dot{\eta}_k = \dot{S}_{c,k} - \sum_{i=1}^n \dot{\beta}_{c,k-i} = A_c e^{j(\varphi_{c,0} + \delta\varphi_c k)} \times$$

$$\times \left( G_{\text{ДК},k} G_{\text{НС},k} - \frac{q_{\text{п}}}{nq_{\text{п}} + 1} \sum_{i=1}^n G_{\text{ДК},k-i} G_{\text{НС},k-1} e^{j(\delta\varphi_{\text{п}} - \delta\varphi_c)} \right).$$

Таким образом, искажения сигнала в фильтре зависят от порядка фильтра  $n$ , дальномерного кода  $G_{\text{ДК}}$  и разности частот помехи и сигнала.

Для того, чтобы проиллюстрировать это, положим  $f_c = f_{\text{п}}$ . На рисунке 4.3 изображён сигнал GPS, пропущенный через трансверсальный фильтр с 44 отводами. Длительность элементарного символа дальномерного кода  $\tau_{\text{э}} \approx 1$  мкс. Частота дискретизации входного сигнала составляла 44 МГц, в результате чего при 44 отводах длительность импульсной характеристики трансверсального фильтра так же равна 1 мкс. Искажение сигнала может быть описано, как:

$$\dot{\eta}_k = A_c e^{j(\varphi_{c,0} + \delta\varphi_c k)} G_{\text{НС},k} \left( G_{\text{ДК},k} - \frac{q_{\text{п}}}{nq_{\text{п}} + 1} \sum_{i=1}^n G_{\text{ДК},k-i} \right)$$

Из данного выражения следует, что на участках, где последовательно идёт несколько одинаковых символов, и их суммарная длительность оказывает-

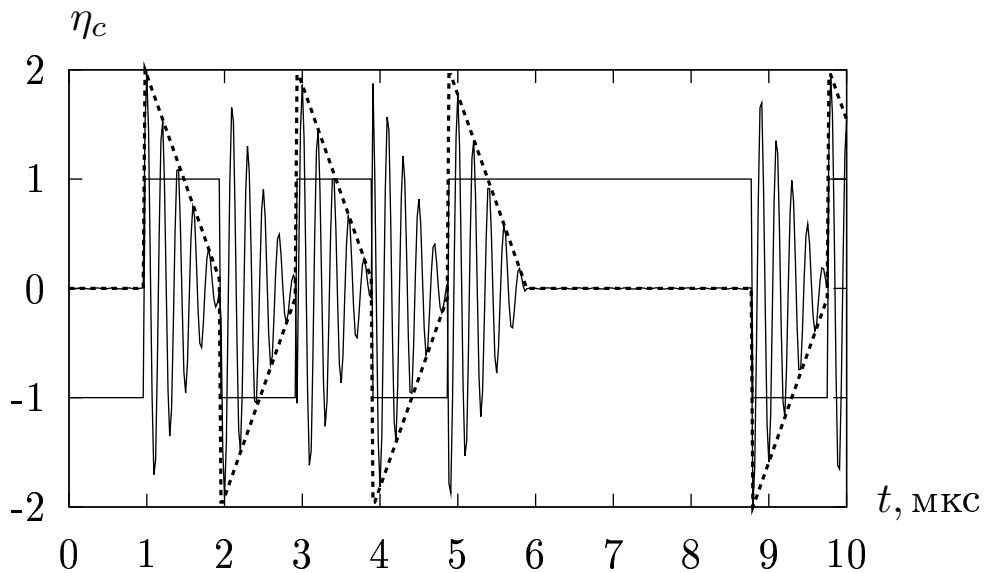


Рис. 4.3: Искажение полезного сигнала в фильтре при  $n = 44$

ся больше, чем длительность импульсной характеристики трансверсального фильтра, сигнал оказывается полностью подавлен. Даже на длительности одного символа сигнал приобретает “треугольную” огибающую. Сигнал проходит через трансверсальный фильтр только после смены знака. Увеличивая длительность импульсной характеристики можно снизить искажение сигнала. На рисунке 4.4 изображён процесс, полученный после обработки того же сигнала фильтром с импульсной характеристикой в 4 раза длиннее.

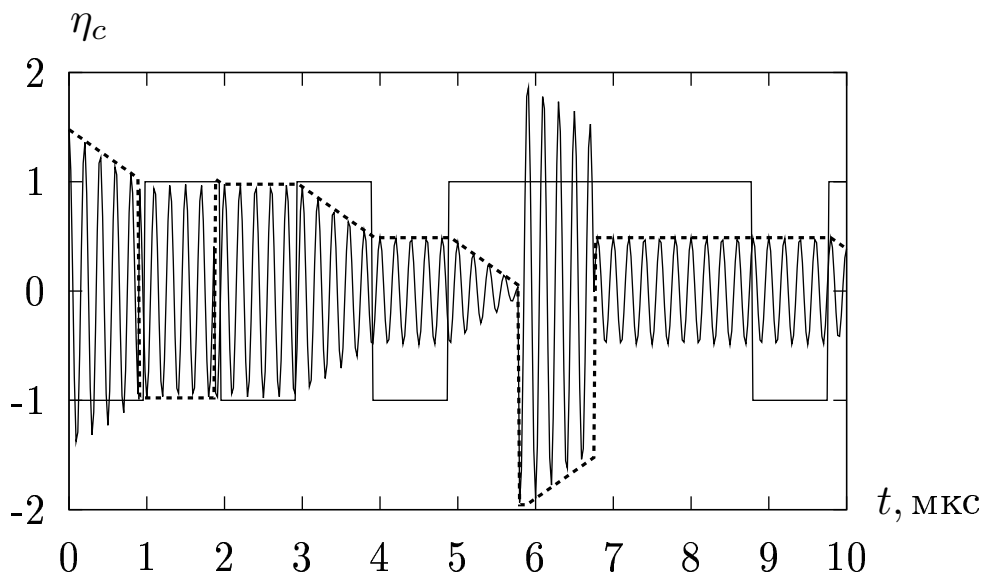


Рис. 4.4: Искажение полезного сигнала в фильтре при  $n = 176$



Можно оценить потери энергии сигнала в трансверсальном фильтре:

$$\tilde{P}_c = \frac{1}{2} \dot{\eta}_{c,k} \dot{\eta}_{c,k}^* = \frac{A_c^2}{2} \left[ 1 - \frac{2q_n}{q_n+1/n} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G_{\text{ДК},k} G_{\text{ДК},k-i} + \left( \frac{q_n}{q_n+1/n} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n G_{\text{ДК},k-i} \right)^2 \right].$$

Первое слагаемое в данном выражении определяет мощность сигнала на входе трансверсального фильтра, а два других - искажение сигнала. На рисунке 4.5 изображена зависимость потерь мощности сигнала при прохождении через трансверсальный фильтр в зависимости от количества его отводов для различных типов навигационных сигналов, отличающихся полосой. Более широкополосные сигналы теряют меньше энергии в трансвер-

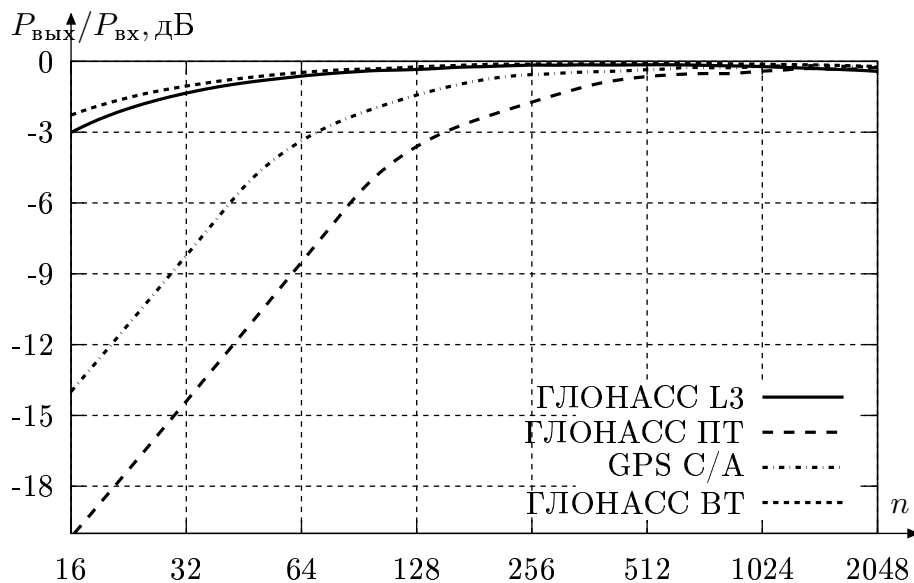


Рис. 4.5: Потери мощности сигнала в трансверсальном фильтре

сальном фильтре. Если считать допустимыми потери 3 дБ, то для самого узкополосного сигнала ГЛОНАСС ПТ потребуется 160 отводов фильтра, а для сигнала ГЛОНАСС L3, полоса которого в 8 раз больше - только 16 отводов фильтра.

#### 4.1.5. Адаптивный трансверсальный фильтр

В разделе 4.1 рассматривался синтез алгоритма подавления помех на основе трансверсального фильтра. Предполагалось, что корреляционные свойства помехи известны. В реальности вид воздействующей помехи

заранее не известен. Это требует создания адаптивного трансверсального фильтра.

Алгоритм адаптации коэффициентов трансверсального фильтра заключается в получении оценочных значений матриц  $\mathbf{R}_Y$  и  $\mathbf{R}_{Y_{y_k}}$ , которые определяются выражениями (4.8, 4.9). Из данных выражений следует, что для вычисления этих матриц необходимо проводить усреднение произведений векторов наблюдений по ансамблю реализаций. Полагая аддитивные шумы эргодическими, можно использовать усреднение по времени:

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \frac{1}{N_{\text{усредн}}} \sum_{v=1}^{N_{\text{усредн}}} \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^{(v)} \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^{*T(v)}, \quad (4.18)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{Y_{y_k}} = \frac{1}{N_{\text{усредн}}} \sum_{v=1}^{N_{\text{усредн}}} \dot{y}_k^{*(v)} \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^{(v)}, \quad (4.19)$$

где  $N_{\text{усредн}}$  - количество усредняемых отсчётов. Из формулы (4.7), в которой будут использоваться данные корреляционные матрицы, очевидно, что коэффициент  $\frac{1}{N_{\text{усредн}}}$  можно опустить. Векторы наблюдений  $\dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^{(v)}$  можно формировать последовательно в каждый момент времени, в этом случае  $\dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^{(v)} = \dot{\mathbf{Y}}_{v-1,n}$ ,  $\dot{y}_k^{(v)} = \dot{y}_v$ . Каждый последующий вектор наблюдений образован  $n - 1$  элементами предыдущего вектора и новым отсчётом наблюдений.

## 4.2. Разработка алгоритма быстрого расчёта коэффициентов трансверсального фильтра

В разделе 4.1.5 описан алгоритм адаптации коэффициентов трансверсального фильтра. Следует обратить внимание на то, что данный алгоритм требует больших вычислительных затрат. Трансверсальный фильтр будет обладать хорошими характеристиками по подавлению помех при большом количестве отводов фильтра, исчисляемым сотнями (что показано в разделе 4.1.4 на примере одной гармонической помехи и будет продемонстрировано ниже путём численного моделирования для более сложных помех). Выражение (4.7), описывающее оптимальные коэффициенты трансверсального фильтра, включает в себя операцию обращения корреля-

ционной матрицы входного процесса, предназначенную для решения системы линейных уравнений, описывающих коэффициенты трансверсального фильтра. При размерности матрицы несколько сотен элементов количество операций, требуемых на решение системы будет очень велико. Существуют различные алгоритмы решения систем линейных уравнений. Учитывая то, что в рассматриваемой задаче матрица комплексная, не каждый метод подходит для данной задачи.

Методы решения систем линейных уравнений можно разделить на прямые и итеративные. Ниже приведено количество умножений, используемое наиболее известными прямыми методами:

- метод Крамера -  $\frac{2}{3}n^4$ ;
- метод Гаусса [?] -  $\frac{2}{3}n^3$ ;
- метод квадратного корня [?] -  $\frac{1}{3}n^3$ .

Таким образом, прямые методы позволяют решить систему уравнений с использованием  $\sim n^3$  операций, что очень много.

Итеративные методы решения систем линейных уравнений требуют  $\sim n^2$  операций:

- метод простых итераций [?];
- аналог метода Ньютона [?];
- метод Зейделя [?];
- градиентный метод [?], [?].

Таким образом, с точки зрения снижения вычислительных затрат следует использовать итеративные методы.

Вторая проблема, связанная с реализацией алгоритма расчёта коэффициентов трансверсального фильтра, связана с получением и хранением самой матрицы  $\mathbf{R}_Y$ . Данная матрица имеет размер  $n \times n$ , причём каждый её элемент является комплексным. Хранение этой матрицы требует большого количества памяти. Формирование данной матрицы осуществляется

согласно выражению (4.8), которое можно записать в виде:

$$[\mathbf{R}_Y]_{i,j} = \frac{1}{N_{\text{усредн}}} \sum_{m=1}^{N_{\text{усредн}}} \dot{y}_{k-m-i} \cdot \dot{y}_{k-m-j}^*, \quad (4.20)$$

где  $N_{\text{усредн}}$  - количество отсчётов, по которым осуществляется усреднение. Таким образом, для формирования корреляционной матрицы потребуется  $N_{\text{усредн}} \cdot n^2$  умножений, что сопоставимо с количеством операций, необходимых для решения системы линейных уравнений. Исследование данного вопроса показало, что существует возможность построения алгоритма, сочетающего градиентный метод решения системы линейных уравнений и выражение (4.20) таким образом, что можно избежать самого формирования матрицы  $\mathbf{R}_Y$ .

#### 4.2.1. Решение систем линейных уравнений градиентным методом

Описание решения систем линейных уравнений методом сопряжённых градиентов приведено [?]. Учитывая то, что предлагаемый алгоритм вычисления коэффициентов трансверсального фильтра основан на этом методе, алгоритм решения системы линейных уравнений с использованием данного метода приведён в приложении III.

Для решения системы линейных уравнений  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{C}$ :

1. Задаём начальное приближение  $\mathbf{b}_0$  нулевым;
2. В соответствии с приведённым в приложении III выводом алгоритма первое значение градиента равно:

$$\mathbf{g}_0 = \mathbf{C};$$

3. направление поиска выбирается обратным градиенту:

$$\mathbf{t}_0 = -\mathbf{C};$$

4. рассчитываем норму градиента:

$$g_0^2 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{g}_0^H$$

( $\mathbf{g}^H$  - эрмитово транспонирование);

5. начало цикла итераций:

6. рассчитываем вектор

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{H}\mathbf{t}_{j-1}; \quad (4.21)$$

7. рассчитываем величину шага обновления:

$$k_j = \frac{g_{2j-1}}{\mathbf{t}_{j-1}^H \cdot \mathbf{v}_j}$$

8. обновляем вектор градиента и решение:

$$\mathbf{g}_j = \mathbf{g}_{j-1} + k_j \mathbf{v}_j;$$

$$\mathbf{b}_j = \mathbf{b}_{j-1} + k_j \mathbf{t}_{j-1};$$

9. рассчитываем норму градиента:

$$g_{2j} = \mathbf{g}_j \cdot \mathbf{g}_j^H;$$

10. рассчитываем направление поиска:

$$\mathbf{t}_j = \frac{g_{2j}}{g_{2j-1}} \mathbf{t}_{j-1} - \mathbf{g}_j;$$

11. начинаем новую итерацию;

12. конец действия алгоритма можно контролировать по величине нормы градиента  $g_{2j}$ .

Данный алгоритм решает систему линейных уравнений за  $n$  итераций.

#### 4.2.2. Вычисление коэффициентов трансверсального фильтра градиентным методом

Рассмотрим возможность расчёта коэффициентов трансверсального фильтра градиентным методом. Коэффициенты фильтра определяются выражением (4.7), представляющим собой запись решения линейного уравнения, образованного матрицей (4.8) и вектором (4.9). Конечно можно использовать градиентный метод непосредственно для решения линейного уравнения (4.7), однако лучший результат можно получить, комбинируя градиентный алгоритм и алгоритм расчёта матрицы (4.20).

Обратимся к алгоритму решения системы линейного уравнения, описанному в разделе 4.2.1. Следует обратить внимание на то, что непосредственно матрица  $\mathbf{H}$  в алгоритме не используется, а входит туда косвенно через вектор  $\mathbf{v}_j$  (выражение (4.21)). Вычисление этого вектора можно совместить с накоплением корреляционной матрицы (4.20) и вообще не формировать эту матрицу. Запишем вектор  $\mathbf{v}_j$  в виде:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_j &= M \left[ \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n} \cdot \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^H \right] \mathbf{t}_{j-1} = \\ &= M \left[ \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n} \left( \dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}^H \mathbf{t}_{j-1} \right) \right].\end{aligned}$$

Учитывая то, что  $\dot{\mathbf{Y}}_{k-1,n}$  и  $\mathbf{t}_{j-1}$  — вектора-строки размера  $n$ , операция в круглых скобках представляет собой скалярное произведение двух векторов. После его вычисления останется умножить вектор на число. В результате алгоритм на каждой итерации должен вычислять вектор  $\mathbf{v}_j$  следующим образом:

- комплексно сопряжённый вектор наблюдений скалярно умножается на вектор направления;
- вектор наблюдений умножается на результат скалярного умножения;
- первые два пункта повторяются многократно с накоплением результата.

Весь алгоритм вычисления коэффициентов трансверсального фильтра выглядит так:

1. на вход алгоритма поступает выборка входного наблюдения объёмом  $N_{\text{усредн}} + n$  отсчётов;
2. рассчитывается вектор  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{y_k}}$  по формуле (4.19);
3. начальное значение вектора решения принимается равным нулю:  $\mathbf{b}_0 = 0$ ;
4. вектор градиента принимается равным

$$\mathbf{g}_0 = \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{y_k}};$$

5. вектор направления поиска выбирается равным:

$$\mathbf{t}_0 = -\mathbf{g}_0;$$

6. рассчитывается норма вектора градиента;

7. начало цикла итераций ( $j = 1$  - счётчик итераций);

8. рассчитывается вектор  $\mathbf{v}_j$ :

а. рассчитывается скалярное произведение:

$$\dot{\alpha} = \dot{\mathbf{Y}}_{i,n}^H \cdot \mathbf{t}_{j-1};$$

б. рассчитывается произведение вектора на число:

$$\mathbf{V}_k = \dot{\mathbf{Y}}_{k,n} \cdot \dot{\alpha};$$

в. пункты 1-2 повторяются с усреднением:

$$\mathbf{v}_j = \sum_{k=1}^{N_{\text{усредн}}} \mathbf{V}_k;$$

9. рассчитываем величину шага обновления:

$$k_j = \frac{g_{2j-1}^2}{\mathbf{t}_{j-1}^H \cdot \mathbf{v}_j}$$

10. обновляется вектор градиента и решение:

$$\mathbf{g}_j = \mathbf{g}_{j-1} + k_j \cdot \mathbf{v}_j,$$

$$\mathbf{b}_j = \mathbf{b}_{j-1} + k_j \cdot \mathbf{t}_j;$$

11. рассчитывается норма градиента  $g_{2j}$ ;

12. рассчитывается вектор направлений:

$$\mathbf{t}_j = \frac{g_{2j}}{g_{2j-1}} \mathbf{t}_{j-1} - \mathbf{g}_j;$$

13. цикл повторяется установленное число раз.

Сопоставляя данный алгоритм с исходным алгоритмом решения системы линейных уравнений из раздела 4.2.1, следует отметить основное отличие, ради которого и был создан данный алгоритм - корреляционная матрица входного воздействия  $\mathbf{R}_Y$ , являющаяся матрицей коэффициентов в системе линейных уравнений, вообще не формируется, что достигнуто путём комбинации градиентного метода решения уравнений и алгоритма расчёта корреляционной матрицы (4.20). Именно это отличает предлагаемый алгоритм вычислений коэффициентов.

Оценим вычислительные затраты, связанные с расчётом вектора весовых коэффициентов трансверсального фильтра предложенным методом. Затраты можно разделить на две части:

- затраты на накопление необходимых данных;
- затраты на сам алгоритм решения системы уравнений.

Для решения уравнения градиентным методом на каждой итерации требуется  $5 \cdot n$  операций умножения и две операции деления (без учёта расчёта вектора  $\mathbf{v}_j$ ). Таким образом, на весь алгоритм требуется  $(5 \cdot N_{\text{итераций}} + 1)n$  умножений. Усреднение входных наблюдений, связанное с расчётом вектора  $\mathbf{v}_j$  необходимо осуществлять на каждой итерации. В связи с этим необходимо осуществить  $N_{\text{итераций}} \times N_{\text{уредн}} \times 2 \cdot n$  умножений. Как показано в начале раздела 4.2, для вычисления корреляционной матрицы обычным методом необходимо осуществить  $N_{\text{уредн}} \times n^2$  умножений. Необходимо определить, сколько итераций необходимо осуществить для решения задачи. Исходный метод решения требует  $N_{\text{итераций}} \approx n$ . Однако моделирование работы алгоритма применительно к задаче вычисления коэффициентов трансверсального фильтра продемонстрировало, что количество итераций, требуемых для формирования АЧХ фильтра существенно меньше. В зависимости от типа помехи необходимо от 2 до 20 итераций. Учитывая то, что в работе рассматриваются фильтры с количеством отводов, достигающим несколько сотен, данный алгоритм позволяет существенно сократить объём вычислений.

Вторым преимуществом рассматриваемого алгоритма является то, что не требуется хранить матрицу  $\mathbf{R}_Y$ , занимающую  $n^2$  ячеек для хра-



нения комплексных отсчётов. В памяти хранится только массив входных наблюдений и несколько векторов длиной  $n$ .

### 4.2.3. Работа с действительным сигналом

Алгоритм трансверсального фильтра выведен для аналитического комплексного сигнала, имеющего односторонний спектр. В реальности на вход системы поступает действительный сигнал. Получить из него аналитический сигнал можно с использованием преобразования Гильберта [?], однако такие алгоритмы не используются в приёмниках, работающих в реальном времени. Проблема заключается в том, что преобразование Гильберта требует интегрирования всей выборки сигнала, что невозможно осуществить при работе в реальном времени.

В результате далее будет рассматриваться работа трансверсального фильтра с действительным сигналом. Действительный сигнал имеет двухсторонний спектр, поэтому и АЧХ фильтра при работе с действительным сигналом также будет двухсторонней. Следует отметить, что при работе с действительным сигналом матрица  $\mathbf{R}_Y$  и вектор  $\mathbf{R}_{Y_{y_k}}$  будут действительными, поэтому, в соответствии с выражением (4.7) коэффициенты фильтра также будут действительными, что существенно упрощает его реализацию.

### 4.3. Имитационное моделирование алгоритма подавления помех

Для проверки работоспособности алгоритма создана численная модель системы подавления узкополосных помех, работающая совместно с моделью приёмника телеметрического сообщения. Структура модели приведена на рисунке 4.6, а текст программы - в приложении VII. Основная задача этого приёмника - принимать информацию, передаваемую телеметрическим сигналом. Исходя из этого система будет признаваться работоспособной до тех пор, пока вероятность ошибки на символ принимаемого сообщения не будет превышать допустимой.

В телеметрическом сигнале используется свёрточное кодирование информации. Для успешной работы декодера необходимо отношение сигнал/шум на символ не менее 3 дБ. В системе используются противопо-

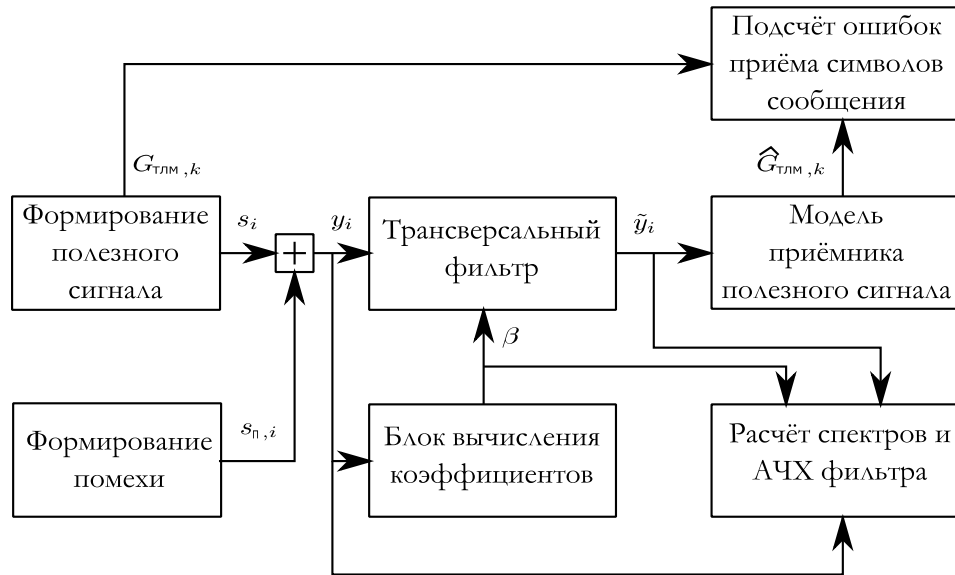


Рис. 4.6: Структура имитационной модели алгоритма подавления узкополосных помех

ложные сигналы, и отношение сигнал/шум на длительности символа телеметрического сообщения связано с вероятностью ошибки известным соотношением:

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{2 \cdot E_6/N_0}\right)$$

Из этого следует, что при минимальном отношении сигнал/шум вероятность ошибочного определения канального символа (без декодирования помехоустойчивого кода) составляет  $P_{\text{ош}} = 0.1$ . Именно достижение этой вероятности ошибки будет рассматриваться в качестве критерия работоспособности системы.

В разделе 3 описаны условия работы системы приёма телеметрического сигнала, где сказано, что отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума составляет  $q_{c/n_0} = 55$  дБГц. В то же время в разделе 3.3.2 продемонстрировано, что система приёма телеметрического сигнала работоспособна вплоть до  $q_{c/n_0} = 47$  дБГц. Таким образом, существует запас 8 дБ, который будет использован в системе подавления узкополосных помех.

При моделировании работы системы подавления помех входной сигнал подвергается аналогово-цифровому преобразованию с частотой дискретизации 44 МГц и 12-разрядным квантованием. Параметры квантования выбраны таким образом, что СКЗ аддитивного шума соответствует 2 уровням квантования.

### 4.3.1. Подавление гармонической помехи

Рассмотрим воздействие одной гармонической помехи на систему. Показателем качества будет служить коэффициент подавления, равный отношению мощности помехи к мощности сигнала.

Сначала рассмотрим воздействие помехи, частота которой равна частоте сигнала. Отношение мощности помехи к мощности сигнала составляет 70 дБ. На рисунке 4.7 изображён спектр входного воздействия, представляющего собой смесь полезного сигнала, теплового шума приёмника и гармонической помехи. На данном графике хорошо виден пик, соответствующий помехе.

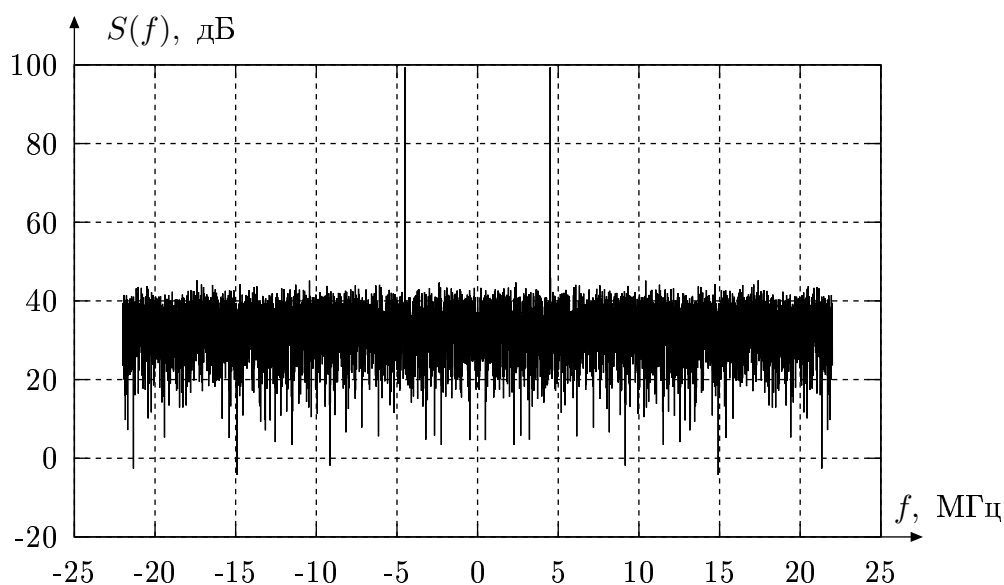


Рис. 4.7: Спектр процесса на входе системы при воздействии одной гармонической помехи

Данное воздействие было пропущено через трансверсальный фильтр. Количество отводов трансверсального фильтра составляло 128. Алгоритм вычисления коэффициентов трансверсального фильтра при подаче на него такого воздействия сформировал частотную характеристику фильтра, изображённую на рисунке 4.8. Частотная характеристика имеет два провала, соответствующих входной помехе.

Спектр процесса на выходе системы изображён на рисунке 4.9.

Для определения допустимой величины помехи проведено статистическое испытание системы приёма сигнала, в ходе которого определялась

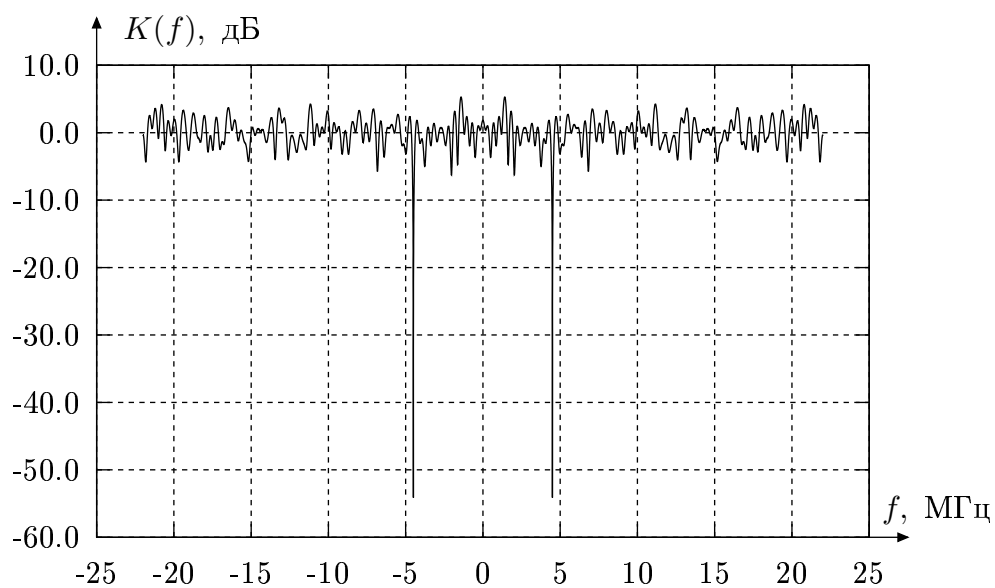


Рис. 4.8: Частотная характеристика трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи

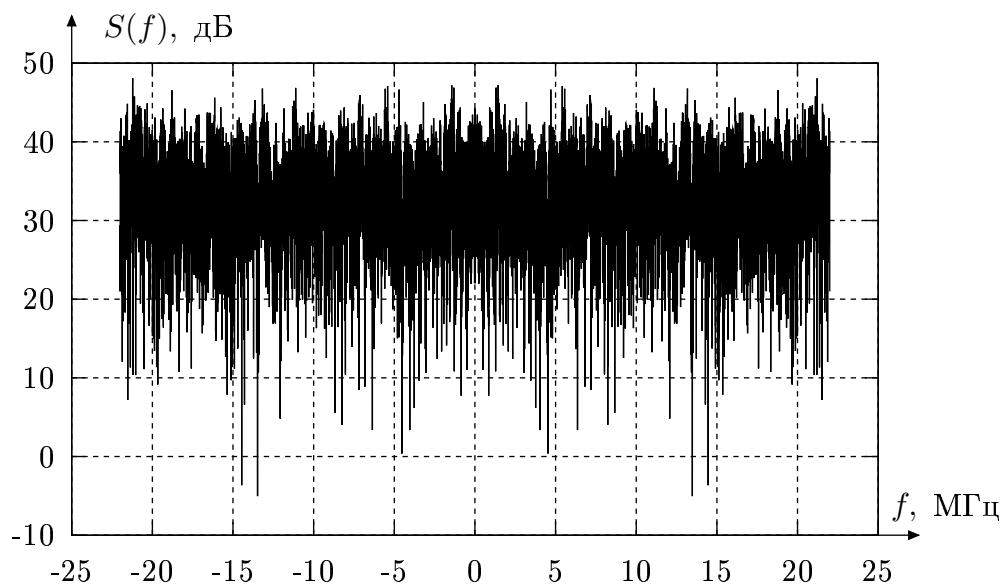


Рис. 4.9: Спектр процесса на выходе системы при воздействии одной гармонической помехи

вероятность ошибки приёма символов телеметрического сообщения (рисунок 4.10). Из данного графика видно, что допустимая величина отношения

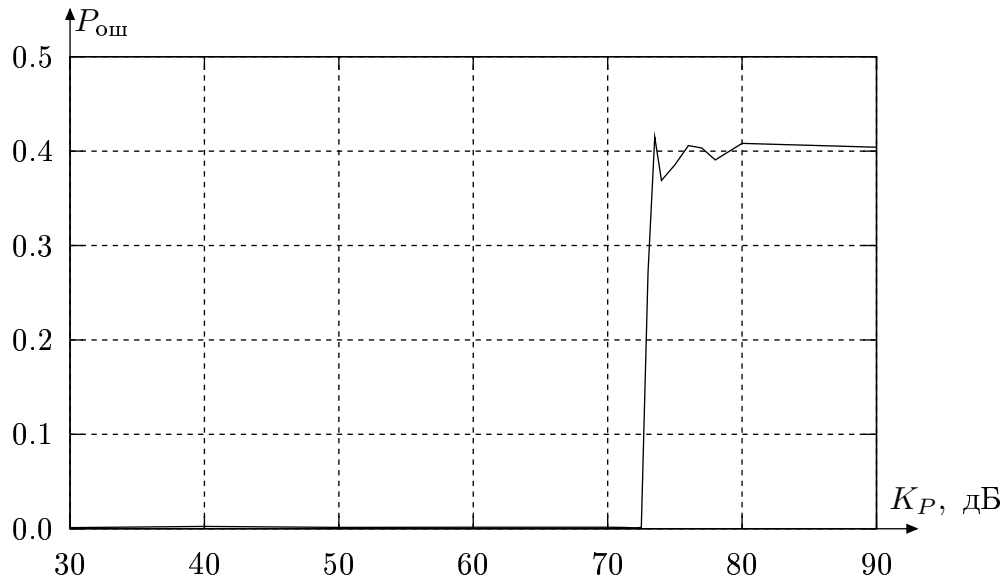


Рис. 4.10: Зависимость вероятности ошибки приёма символа телеметрического сообщения от отношения мощности одной гармонической помехи к мощности полезного сигнала

мощности помехи к мощности сигнала составляет 72 дБ. Учитывая то, что навигационный приёмник за счёт свойств широкополосного сигнала работоспособен при отношении мощности помехи к мощности полезного сигнала 30 дБ, можно сделать вывод о том, что трансверсальный фильтр подавляет помеху на 42 дБ. Данный предел определяется количеством уровней квантования, которое в рассматриваемой системе составляет 4096 (12 разрядов).

### 4.3.2. Подавление узкополосной помехи

В предыдущем разделе рассмотрено воздействие на систему подавления помех идеальной гармонической помехи. Однако в реальной ситуации помеха является не чистой гармонической, а узкополосной. Рассмотрим воздействие на разработанную систему помехи с полосой 10 кГц, типичной для связных систем. Количество отводов трансверсального фильтра составляет 128. Путём статистического моделирования рассчитана зависимость вероятности декодирования телеметрического символа от отношения

мощности помехи к мощности сигнала, результат изображён на графике 4.11. Из данного графика видно, что допустимое отношение мощности по-

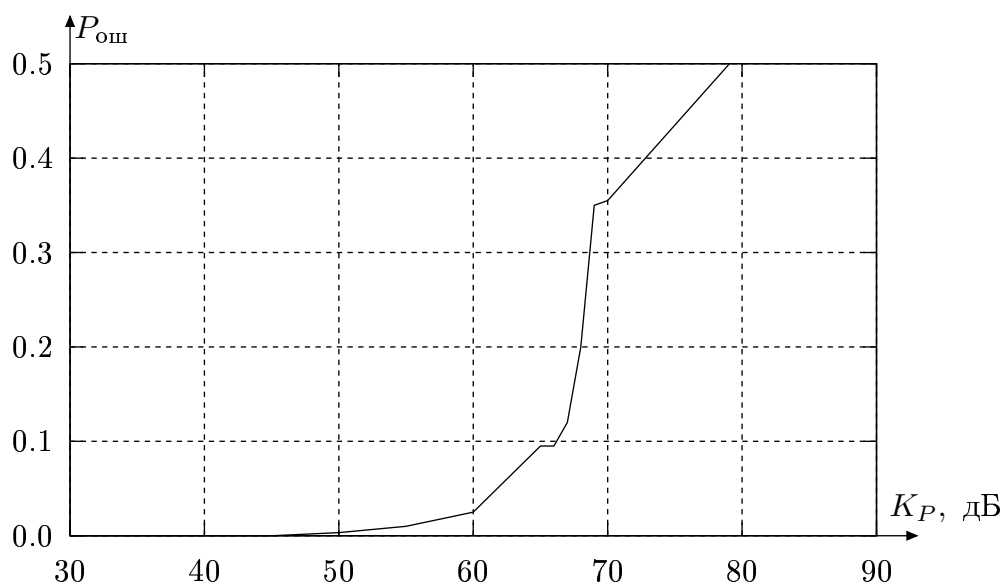


Рис. 4.11: Зависимость вероятности ошибки декодирования символа телеметрического сообщения от отношения мощности помехи с полосой 10 кГц к мощности сигнала

мехи к мощности сигнала составляет 66 дБ, что лишь на 6 дБ меньше, чем для чистой гармонической помехи. Помеха подавляется на  $66 \text{ дБ} - 30 \text{ дБ} = 36 \text{ дБ}$ .

### 4.3.3. Подавление нескольких гармонических помех

Во втором численном эксперименте рассмотрено воздействие нескольких гармонических помех на систему подавления помех.

В качестве примера на рисунке 4.12 изображён спектр входного воздействия при воздействии на входе 5 гармонических помех одинаковой мощности, равномерно распределённых в пределах главного лепестка полезного сигнала. Количество отводов трансверсального фильтра составляет 128.

На рисунке 4.13 изображён частотный коэффициент передачи, сформированный блоком вычисления коэффициентов фильтра. На данном графике видны провалы АЧХ, соответствующие составляющим помехи. Фильтр сформировал провалы правильно, однако эффективность фильтра

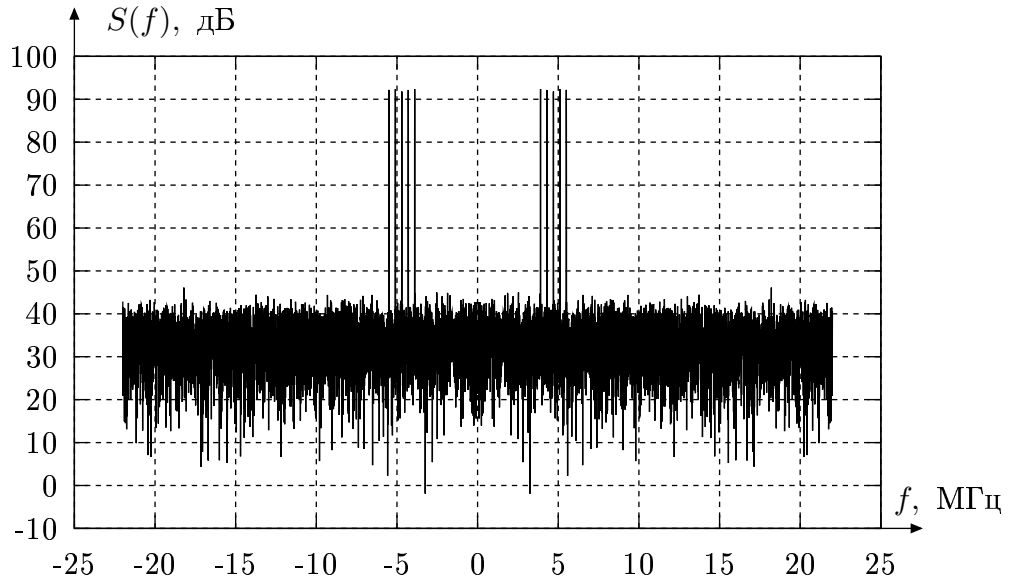


Рис. 4.12: Спектр входного процесса при воздействии 5 гармонических помех

при воздействии множественных гармонических помех снижается.

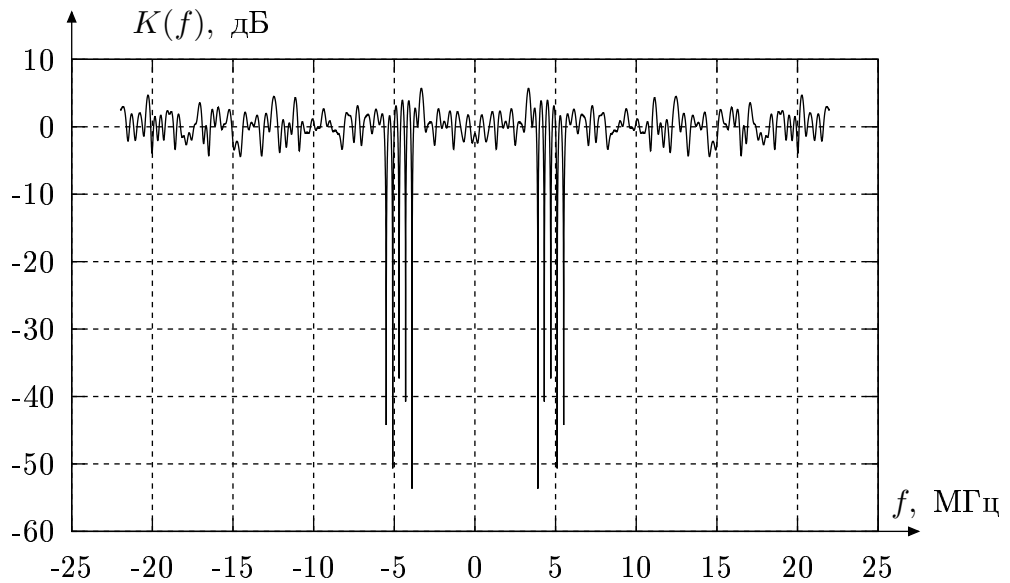


Рис. 4.13: Частотный коэффициент передачи при воздействии 5 гармонических помех

На графике 4.14 изображён спектр воздействия после обработки трансверсальным фильтром. Из данного рисунка видно, максимумы, соответствующие помехам, исчезли, а спектр стал равномерным.

На рисунке 4.15 изображена зависимость вероятности ошибки при воздействии нескольких гармонических помех от значения коэффициента подавления, под которым понимается отношение суммарной мощности по-

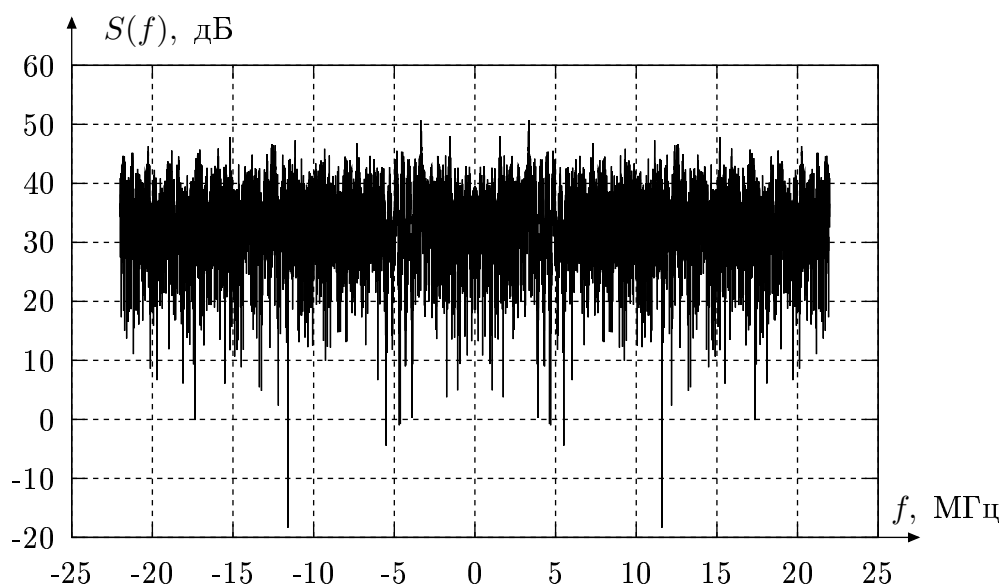


Рис. 4.14: Спектр процесса на выходе фильтра при воздействии 5 помех  
 мех к мощности полезного сигнала. Помехи равномерно распределены в  
 пределах главного лепестка полезного сигнала. Сопоставляя график 4.15 с

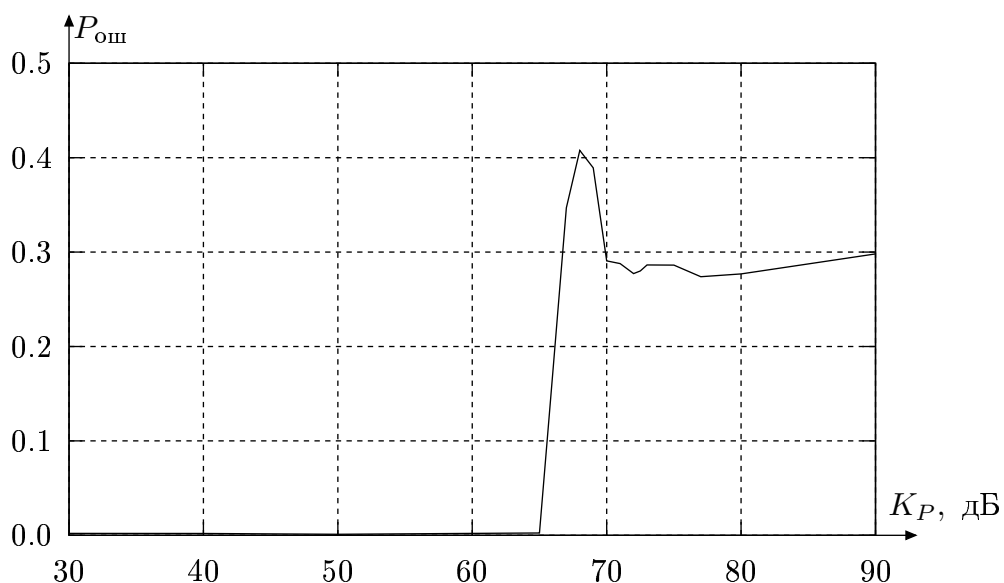


Рис. 4.15: Зависимость вероятности ошибки приёма символа телеметриче-  
 ского сообщения при воздействии пяти гармонических помех

графиком 4.10 можно сделать в вывод о том, что при наличии нескольких гармонических помех эффективность системы снижается. Достигнута величина допустимого отношения мощности помехи к мощности сигнала 65 дБ. Таким образом, помехоустойчивость приёмника повышается на 35 дБ.



#### 4.3.4. Подавление полосовой помехи

Проведено также исследование работы системы при воздействии полосовой помехи. В качестве входного воздействия задана помеха с прямоугольным спектром шириной 400 кГц, мощность которой превышала мощность полезного сигнала на 40 дБ. Эффективность работы трансверсального фильтра с полосовой помехой ниже, поэтому количество его отводов увеличено до 512.

На рисунке 4.16 изображён спектр входного воздействия. На данном графике хорошо виден спектр полосовой помехи. На рисунке 4.17 изобра-

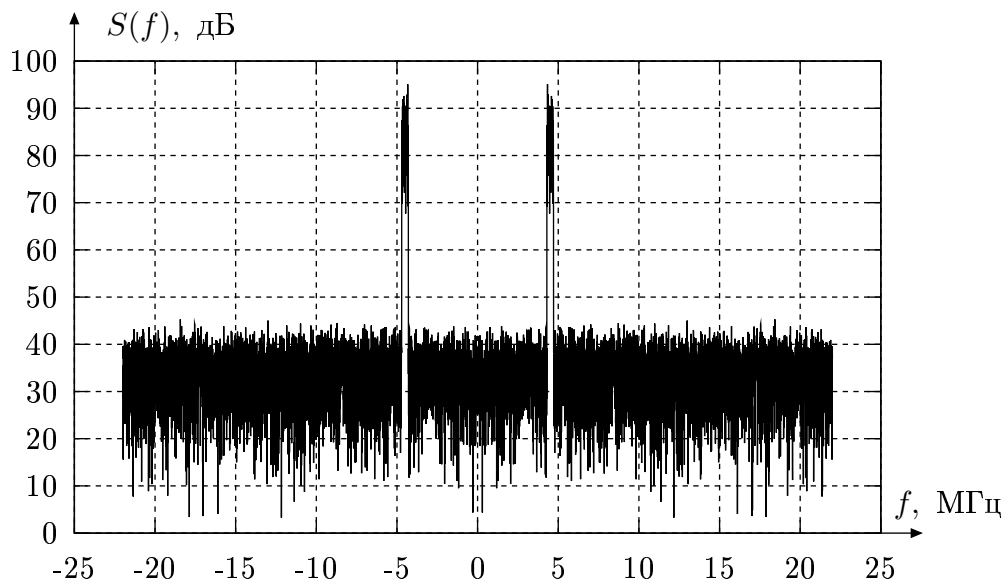


Рис. 4.16: Спектр процесса на входе при воздействии полосовой помехи

ражена АЧХ трансверсального фильтра, сформированная при подаче на вход системы полосовой помехи. Процесс на выходе системы изображён на графике 4.18.

Для того, чтобы определить предельно допустимое отношение мощности помехи к мощности полезного сигнала, построен график 4.19. Полоса помехи на входе составляла 400 кГц. Учитывая то, что допустима вероятность ошибочного приёма символа, равная 0.1, допустимая величина отношения мощности помехи к мощности сигнала составила 65 дБ. Таким образом, помехоустойчивость приёмника повышается на 35 дБ.

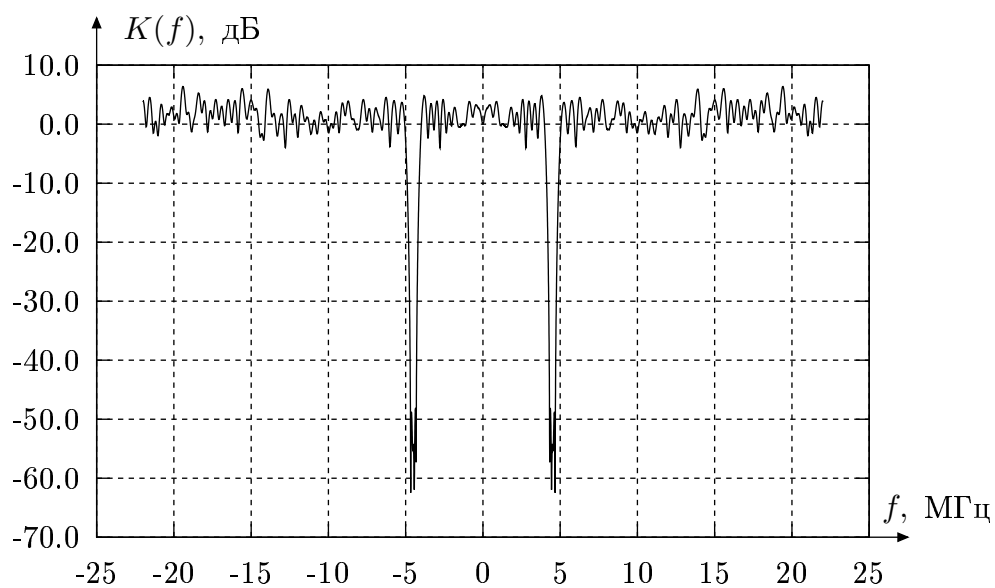


Рис. 4.17: Амплитудно-частотная характеристика трансверсального фильтра при воздействии полосовой помехи

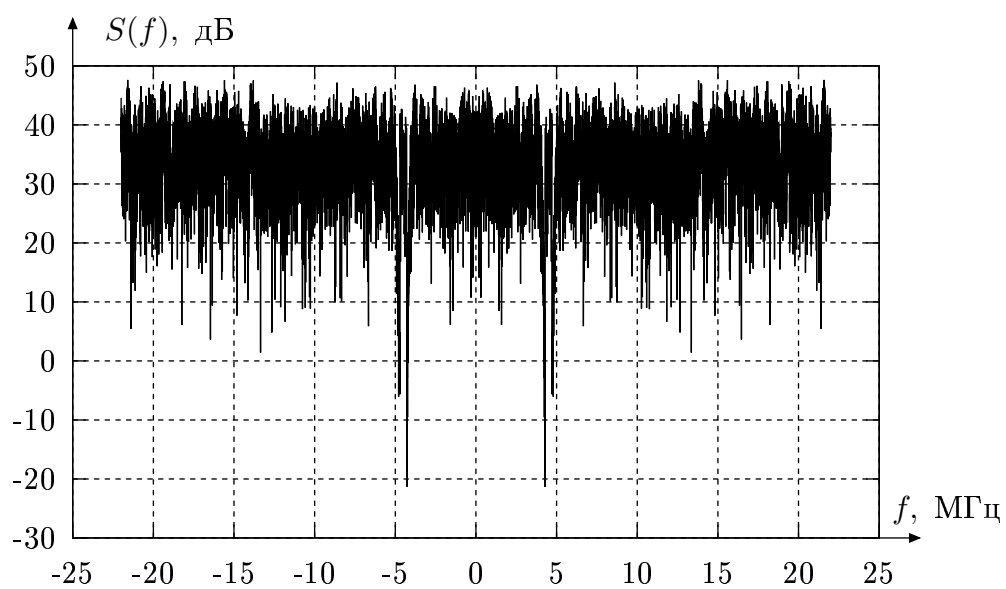


Рис. 4.18: Спектр процесса на выходе при воздействии полосовой помехи

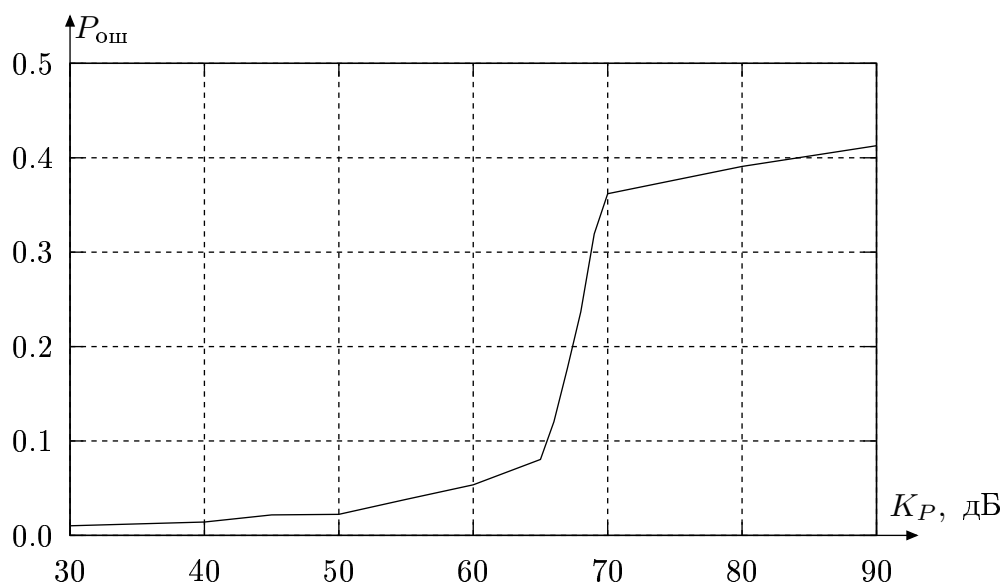


Рис. 4.19: Зависимость вероятности ошибки приёма символа от коэффициента подавления при воздействии помехи с полосой 400 кГц

#### 4.4. Аппаратная реализация алгоритма на основе трансверсального фильтра

В рамках работы над системой подавления узкополосных помех проведено макетирование. Макет системы подавления помех создан Шуваловым А. В. при участии Перова А. А. и автора (в части написания программного обеспечения). Учитывая то, что система передачи телеметрической информации находится в стадии научно-исследовательской разработки, система частотной селекции исследовалась на примере приёма сигналов ГЛОНАСС L1 ПТ и GPS L1 C/A, имеющих структуру, сходную с сигналом ГЛОНАСС L3, но отличающихся в восемь и четыре раза меньшей полосой соответственно.

Созданный макет системы подавления узкополосных помех, содержит:

- радиочастотную часть приёмника;
- 12-разрядные АЦП;
- 2 ПЛИС Xilinx Spartan 3 XC3S2000;
- 2 сигнальных процессора ADSP-21262 Sharc фирмы Analog Devices;

- стандартную цифровую часть навигационного приёмника;
- прочие элементы.

Следует учесть, что созданный макет является двухканальным, чем объясняется наличие 2 ПЛИС и 2 сигнальных процессоров. Сигнал обрабатывается только одним из каналов. На рисунке 4.20 изображена фотография макета (с двух сторон). Непосредственно трансверсальный фильтр реали-

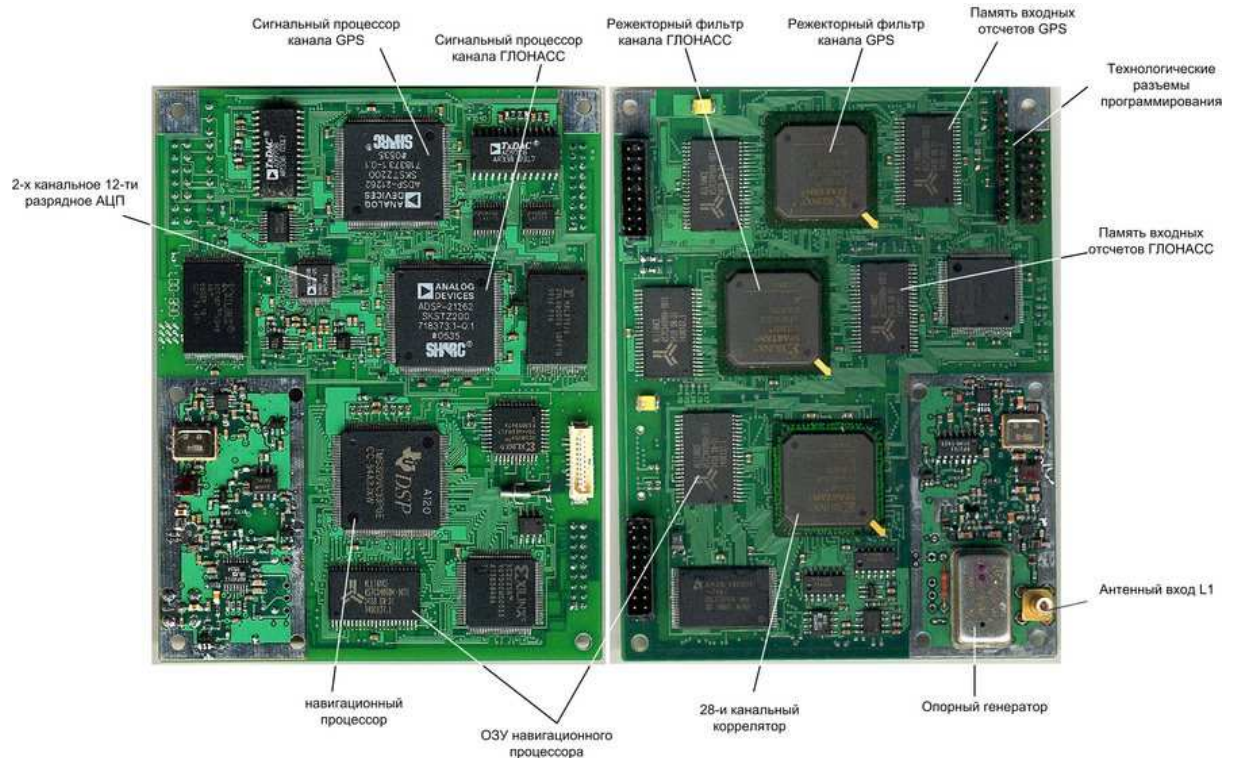


Рис. 4.20: Фотография макета системы подавления узкополосных помех зован в ПЛИС, а сигнальный процессор предназначен для вычисления коэффициентов фильтра. На созданном макете удалось реализовать трансверсальный фильтр, содержащий до 280 отводов.

В качестве входного воздействия использовался генератор синусоидального сигнала Г4-76, который может работать в диапазоне 1575 МГц. К сожалению, технические средства не позволили подать на вход системы одновременно навигационный сигнал и помеху с генератора, поэтому оценить экспериментально допустимый коэффициент подавления не удалось. Однако на данном макете проведено исследование алгоритма адаптации коэффициентов, снята АЧХ полученного фильтра и проконтролированы

спектры входных и выходных процессов. Существенным ограничением созданного макета является нелинейная радиочастотная часть, взятая с существующего навигационного приёмника. Усилитель данной радиочастотной части работает в ограничении, поэтому исследовать помехи большого уровня нельзя.

Ниже приведены графики АЧХ фильтра, настроенного на разные типы помех. Масштаб по вертикали - 5 дБ/клетка. Полоса обзора составляет 1 МГц, разрешение - 1 кГц.

На рисунке 4.22 изображена АЧХ фильтра при воздействии одной гармонической помехи, полученная теоретически, а на рисунке 4.23 - та же самая АЧХ, снятая на макете системы подавления помех. Количество отводов трансверсального фильтра составляло 180. Из данного графика видно, что экспериментальная и расчётная АЧХ соответствуют друг другу, однако величина провала АЧХ, полученная на макете достигает -25 дБ, что несколько ниже расчётной.

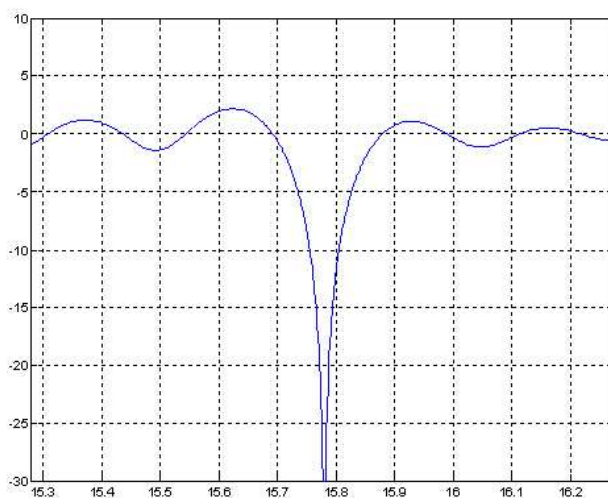


Рис. 4.21: Расчётная АЧХ при воздействии одной гармонической помехи

На рисунке 4.23 изображена расчётная АЧХ фильтра при воздействии четырёх гармонических помех, расположенных равномерно в полосе 500 кГц. Количество отводов фильтра составляло 280. Экспериментально снятая АЧХ изображена на рисунке 4.24. Глубина провалов АЧХ также достигает -25 дБ.

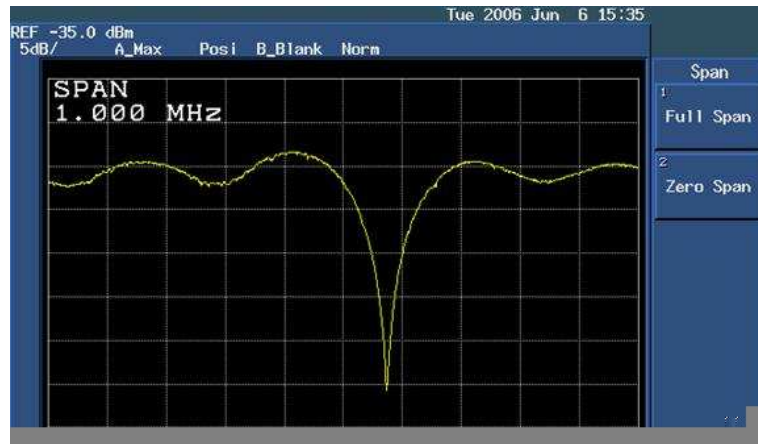


Рис. 4.22: Экспериментально полученная АЧХ при воздействии одной гармонической помехи

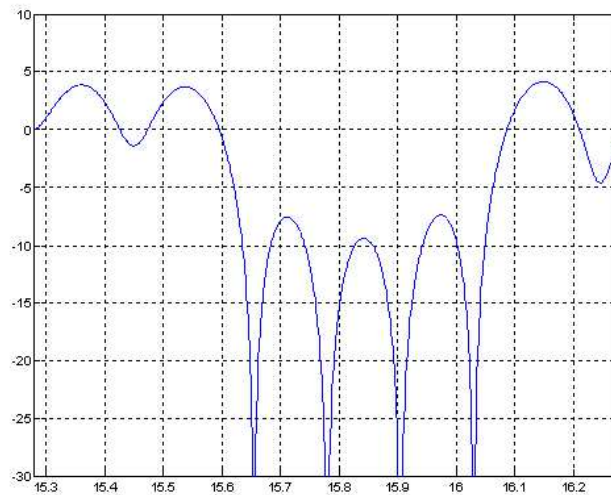


Рис. 4.23: Расчётная АЧХ при воздействии четырёх гармонических помех



Рис. 4.24: Экспериментально полученная АЧХ при воздействии четырёх гармонических помех

На рисунке 4.25 изображена АЧХ фильтра при воздействии полосовой помехи с полосой 150 кГц. Количество отводов трансверсального фильтра составляло 280. Экспериментально полученная АЧХ изображена на рисунке 4.26 и содержит провал АЧХ глубиной -25 дБ в полосе помехи.

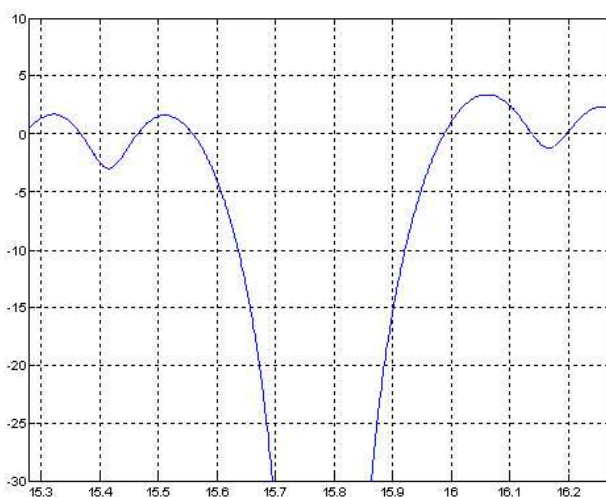


Рис. 4.25: Расчётная АЧХ при воздействии полосовой помехи



Рис. 4.26: Экспериментально полученная АЧХ при воздействии полосовой помехи

#### 4.5. Выводы по главе

При настоящей главе получены результаты, приведённые ниже.

- Проведён синтез алгоритма подавления помех в форме адаптивного трансверсального фильтра при воздействии нескольких узкополосных помех.
- Получены формулы для расчёта коэффициента передачи и анализа дисперсии процесса на выходе трансверсального фильтра. Проведён теоретический анализ работы трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи, в результате которого показано, что при числе отводов 140 обеспечивается подавление помехи на 130 дБ (в идеальных условиях при воздействии идеализированной помехи). Проведён анализ искажения полезного сигнала в трансверсальном фильтре.
- Разработан алгоритм быстрого вычисления коэффициентов адаптивного трансверсального фильтра в форме комбинации алгоритма накопления корреляционной матрицы входного воздействия и метода сопряжённых градиентов решения систем линейных уравнений. Продемонстрировано, что использование предложенного алгоритма со-



кращает требуемые для реализации вычислительные затраты и объём памяти.

- На ЭВМ разработана математическая модель алгоритма подавления помех, работающая совместно с моделью приёмника навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции (из третьей главы).
- Проведено численное моделирование работы адаптивного трансверсального фильтра при воздействии одной узкополосной помехи. Количество отводов трансверсального фильтра составляет 128. Сигнал на вход фильтра поступает с 12-разрядного АЦП. Показано, что при достигается подавление помехи на 42 дБ. При воздействии узкополосной помехи с полосой 10 кГц уровень подавления помехи составляет 36 дБ. При воздействии 5 гармонических помех, распределённых в полосе полезного сигнала уровень подавления составляет 35 дБ.
- Проведено численное моделирование работы адаптивного трансверсального фильтра при воздействии помехи с полосой 400 кГц (10 % полосы полезного сигнала). Для подавления такой помехи количество отводов фильтра увеличено до 512. Показано, что коэффициент подавления помехи составляет 35 дБ.
- Совместно с “НИИ космического приборостроения” создан макет трансверсального фильтра, на котором продемонстрирована работоспособность алгоритма адаптации коэффициентов фильтра. Показано, что экспериментальные амплитудно-частотные характеристики фильтра соответствуют расчётным.
- Разработанный алгоритм подавления узкополосных помех можно использовать не только в системе приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, но и в стандартной аппаратуре спутниковой навигации, требующей дополнительные средства помехозащиты.

## Заключение

В предлагаемой диссертационной работе получены следующие результаты.

1. Проведён анализ взаимного движения НС, на основе которого обоснована полиномиальная модель изменения взаимной дальности, которая положена в основу модели динамики вектора состояния, используемой при синтезе алгоритмов оценки псевдодальности и скорости на заданный момент времени с обработкой всех доступных наблюдений в бортовой системе межспутниковых измерений.
2. Методами теории оптимальной фильтрации проведён синтез оптимальных алгоритмов оценки дальности и скорости на заданный момент времени с обработкой всех доступных наблюдений в системе БАМИ, включающих алгоритмы комплексной фильтрации (слежения) фазы и задержки кода сигнала системы межспутниковых измерений и алгоритм интерполяции фильтрационных оценок псевдодальности и скорости на заданный момент времени (3 с от начала интервала измерений).
3. По дисперсионным уравнениям проведён анализ точности работы синтезированных систем фильтрации фазы и задержки, а также блока интерполяции измерений, продемонстрировавший, что точность оценки фильтрации взаимной скорости на требуемый момент времени (3 с от начала интервала измерений) составила 3 мм/с. Точность оценки фильтрации псевдодальности составила 0.33 м. Применение алгоритма интерполяции позволило получить требуемую точность оценки псевдодальности 0.3 м, а точность оценки взаимной скорости возросла до 1.7 мм/с.
4. На ЭВМ создана математическая модель системы межспутниковых измерений, с использованием которой проведено численное модели-

рование и выполнен анализ характеристик работы системы межспутниковых измерений с учётом номинальной траектории движения НС группировки ГЛОНАСС. Продемонстрировано отсутствие систематической составляющей оценок псевдодальности и взаимной скорости. Точность оценки фильтрации псевдодальности составила 0.39 м, точность оценки фильтрации взаимной скорости составила 2.5 мм/с. Точность интерполяции оценки псевдодальности на требуемый момент времени составила 0.27 м, точность интерполяции взаимной скорости - 1.7 мм/с, что удовлетворяет требованиям по точности работы системы БАМИ. Использование блока интерполяции повысило точность оценки взаимной скорости на 40 %, а точность оценки псевдодальности - на 30 %.

5. Проведена разработка алгоритмов быстрого поиска сигналов в аппаратуре БАМИ. В том числе проведён анализ необходимого количества циклов обращения при поиске к отдельно взятому сигналу, а также длительности поиска отдельного сигнала. Данные расчёты позволили сделать вывод о том, что поиск сигнала на основе традиционной структуры с многоканальными корреляторами займёт слишком много времени, и необходимо создать специализированный блок быстрого поиска.
6. Предложен алгоритм быстрого вычисления корреляционных интегралов в алгоритме поиска, отличающийся от известного прототипа отсутствием избыточности вычислений, что упрощает его аппаратную реализацию и сокращает объём вычислительных затрат.
7. На ЭВМ создана математическая модель блока поиска сигнала, на которой продемонстрирована работоспособность предложенного алгоритма. Показано, что разработанный алгоритм при заданной энергетике сигнала ( $q_c/n_0 = 34$  дБГц) позволяет достичь требуемой вероятности правильного обнаружения  $P_D = 0.9$  при длительности накопления сигнала в корреляторе  $T = 6.3$  мс и количестве накапливаемых отсчётов огибающей  $NN = 5$ .

8. Предложенный алгоритм быстрого поиска реализован в программном навигационном приёмнике, разработанном и созданном при участии автора.
9. Показано, что с программный приёмник выполняет задачу обнаружения в режиме “холодный старт” (при отсутствии априорной информации о параметрах движения и перечне спутников) за 1.5 секунды, в то время, как традиционный навигационный приёмник с 32-канальным коррелятором способен выполнить данную задачу за 27 минут.
10. Проведён синтез оптимальных алгоритмов приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, включающих алгоритмы слежения за фазой и дальномерным кодом и алгоритмы выделения навигационного и телеметрического сообщений. Приведена структура оптимального приёмника.
11. Проведён сравнительный анализ точности работы алгоритмов слежения за фазой и дальномерным кодом навигационного сигнала с комбинированным законом модуляции телеметрическим и навигационным сообщением, показавший, что синтезированный алгоритм на 6 % эффективнее по точности оценки фазы по сравнению с алгоритмом, не использующим телеметрическую часть сигнала. Выигрыш по точности оценки частоты составил 4 %, а точность оценки задержки дальномерного кода осталась прежней.
12. На ЭВМ создана модель системы приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, демонстрирующая работоспособность синтезированного алгоритма.
13. Путём математического моделирования показано, что точность оценки фазы и задержки дальномерного кода навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, соответствует расчётной (на основе решения дисперсионных уравнений) и составляет: среднеквадратическое значение ошибки оценки фазы — 0.05 рад, частоты — 0.05 Гц, задержки — 2 нс. Рассчитана вероятность ошибки приёма символов телеметрического сообщения. Показано, что требуемая вероят-

ность ошибки 0.1 достигается при  $q_{c/n_0} = 47$  дБГц. Вероятность ошибочного выделения символа навигационного сообщения в указанных условиях практически равна нулю.

14. Проведён анализ влияния дополнительной модуляции навигационного сигнала телеметрическим сообщением на стандартные навигационные приёмники, в результате чего показано, что точность оценки задержки снижается на 6 %.
15. Проведён синтез системы подавления помех в форме адаптивного трансверсального фильтра при воздействии нескольких узкополосных помех.
16. Получены формулы для расчёта коэффициента передачи и анализа дисперсии процесса на выходе трансверсального фильтра. Проведён теоретический анализ работы трансверсального фильтра при воздействии одной гармонической помехи, в результате чего показано, что при числе отводов 140 обеспечивается подавление помехи на 130 дБ (в идеальных условиях). Проведён анализ искажения полезного сигнала в трансверсальном фильтре.
17. Разработан алгоритм быстрого вычисления коэффициентов адаптивного трансверсального фильтра в форме комбинации алгоритма накопления корреляционной матрицы входного воздействия и метода сопряжённых градиентов решения систем линейных уравнений. Продемонстрировано, что использование предложенного алгоритма сокращает требуемые для реализации вычислительные затраты и объём памяти.
18. На ЭВМ разработана математическая модель алгоритма подавления помех, работающая совместно с моделью приёмника навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции.
19. Проведено численное моделирование работы адаптивного трансверсального фильтра при воздействии одной узкополосной помехи. Количество отводов трансверсального фильтра составляет 128. Сигнал

на вход фильтра поступает с 12-разрядного АЦП. Показано, что при этом достигается подавление гармонической помехи на 42 дБ. При воздействии узкополосной помехи с полосой 10 кГц уровень подавления составляет 36 дБ. При воздействии 5 гармонических помех, распределённых равномерно в полосе полезного сигнала, уровень подавления достигает 35 дБ.

20. Проведено численное моделирование работы адаптивного трансверсального фильтра при воздействии помехи с полосой 400 кГц (10 % полосы полезного сигнала). Для подавления такой помехи количество отводов фильтра увеличено до 512. Показано, что коэффициент подавления помехи в этом случае достигает 35 дБ.
21. Совместно с “НИИ космического приборостроения” создан макет трансверсального фильтра, на котором продемонстрирована работоспособность алгоритма адаптации коэффициентов фильтра. Показано, что экспериментальные амплитудно-частотные характеристики фильтра соответствуют расчётным.
22. Разработанный алгоритм подавления узкополосных помех можно использовать не только в системе приёма навигационного сигнала с комбинированным видом модуляции, но и в стандартной аппаратуре спутниковой навигации, требующей дополнительные средства помехозащиты.

## Приложения

### I. Анализ линейной системы слежения за фазой

Запишем уравнения фильтрации (1.18) в непрерывной форме при  $T \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\varphi}}{dt} &= \hat{\omega} + K_{\text{н},1} (\tilde{y}_\varphi - \hat{\varphi}), \\ \frac{d\hat{\omega}}{dt} &= \hat{\omega}' + K_{\text{н},2} (\tilde{y}_\varphi - \hat{\varphi}), \\ \frac{d\hat{\omega}'}{dt} &= K_{\text{н},3} (\tilde{y}_\varphi - \hat{\varphi}).\end{aligned}\tag{0.22}$$

Коэффициенты непрерывного фильтра связаны с коэффициентами дискретного фильтра (1.18) соотношением  $K_\varphi = K_{\text{н},1}T$ . Кроме того, коэффициенты данного линейного фильтра связаны с элементами матрицы дисперсий ошибок фильтрации  $K_{\text{н},i} = \frac{D_{1i}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}}$ , а матрица дисперсий ошибок фильтрации описывается уравнением:

$$\frac{d\mathbf{D}}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{D} + \mathbf{D}\mathbf{F}^T + \frac{1}{2}\mathbf{G}S_{\xi_\varphi}\mathbf{G}^T - \mathbf{D}\mathbf{H}^T S_{\tilde{\eta}_\varphi}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D}^T,$$

где  $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$ ,  $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .  $S_{\tilde{\eta}_\varphi} = D_{\tilde{\eta}_\varphi}T$

- спектральная плотность шумов наблюдений (1.17),  $S_{\xi_\varphi} = D_{\xi_\varphi}T$  - спектральная плотность формирующего шума модели фазы (1.10). В установившемся режиме уравнения примут вид:

$$\begin{aligned}2D_{12} - \frac{D_{11}D_{11}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} = 0, \quad D_{22} + D_{13} - \frac{D_{11}D_{12}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} = 0, \quad D_{23} - \frac{D_{11}D_{13}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} = 0, \\ 2D_{23} - \frac{D_{12}D_{12}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} = 0, \quad D_{33} - \frac{D_{12}D_{13}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} = 0, \quad S_{\xi_\varphi} - \frac{D_{13}D_{13}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} = 0.\end{aligned}$$

Решение данной системы уравнений ведёт к:

$$D_{11} = 2 \left( S_{\xi_\varphi} S_{\tilde{\eta}_\varphi}^5 \right)^{1/6},$$

$$D_{22} = 3 (S_{\xi_\varphi} S_{\tilde{\eta}_\varphi})^{1/2}. \quad (0.23)$$

Эти элементы определяют дисперсию оценки фазы и частоты соответственно. Значения коэффициентов передачи непрерывной системы равны:

$$K_{н,1} = 2 \left( \frac{S_{\xi_\varphi}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} \right)^{1/6},$$

$$K_{н,2} = 2 \left( \frac{S_{\xi_\varphi}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} \right)^{1/3},$$

$$K_{н,3} = \left( \frac{S_{\xi_\varphi}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} \right)^{1/2}.$$

Фильтр можно охарактеризовать таким параметром, как полоса. Полоса линейного фильтра в непрерывном времени определяется соотношением:

$$\Delta_f = \frac{1}{K_{y\hat{\varphi}}(0)} \int_0^\infty |K_{y\hat{\varphi}}(j\omega)|^2 d\omega, \quad (0.24)$$

где  $K_{y\hat{\varphi}}$  - коэффициент передачи фильтра от входного воздействия до оценки  $\hat{\varphi}$ . Коэффициент передачи  $K_{y\hat{\varphi}}$  равен:

$$K_{y\hat{\varphi}} = \frac{K_{н,1}p^2 + K_{н,2}p + K_{н,3}}{p^3 + K_{н,1}p^2 + K_{н,2}p + K_{н,3}}$$

Подставляя это значение коэффициента в выражение (0.24), получим:

$$\Delta_f = \frac{K_{н,2}K_{н,1}^2 + K_{н,2}^2 - K_{н,1}K_{н,3}}{4(K_{н,1}K_{н,2} - K_{н,3})}.$$

Полоса системы определяется выражением:

$$\Delta_f = \frac{5}{6} K_{н,3}^{1/3} = \frac{5}{6} \left( \frac{S_{\xi_\varphi}}{S_{\tilde{\eta}_\varphi}} \right)^{1/6}. \quad (0.25)$$

Рассчитаем шумовую составляющую ошибки слежения за частотой:

$$\begin{aligned} D_f &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{K_{н,2}^2(j\omega)^4 - K_{н,3}^2(j\omega)^2}{(j\omega)^3 + K_{н,1}(j\omega)^2 + K_{н,2}(j\omega) + K_{н,3}} \right|^2 D_{\eta_\varphi} T d\omega = (0.26) \\ &= \frac{3}{2(2\pi)^2} (S_{\xi_\varphi} S_{\eta_\varphi})^{1/2}. \end{aligned}$$



## II. Анализ статистических характеристик дискриминаторов системы совместного приёма телеметрического и навигационного сигналов

### Анализ характеристик фазового дискриминатора

Фазовый дискриминатор определён выражением (3.16). Необходимо получить его статистические характеристики, под которыми понимается дискриминационная и флуктуационная характеристики. Процесс на выходе дискриминатора может быть представлен в виде:

$$u_{Д,\varphi,k} = M [u_{Д,\varphi,k}] + \eta_{\varphi,k} = U_{Д,\varphi,k} (\varepsilon_{\varphi,k}) + \eta_{\varphi,k},$$

где  $\varepsilon_{\varphi,k} = \varphi_k - \tilde{\varphi}_k$  - ошибка слежения за фазой,  $U_{Д,\varphi,k} (\varepsilon_{\varphi,k})$  - дискриминационная характеристика,  $\eta_{\varphi,k}$  - эквивалентный шум на выходе дискриминатора.

Для расчёта статистических характеристик дискриминатора сначала необходимо провести анализ статистических характеристик компонент на выходе коррелятора, на основе которых сформирован дискриминатор. Входной процесс (3.3) содержит три воздействия:

- навигационный сигнал;
- телеметрический сигнал;
- аддитивный шум наблюдений.

Компонента на выходе коррелятора  $I_{P,HC}$ , определяемая выражением (3.12), может быть представлена в виде:

$$I_{P,HC} = M [I_{P,HC}] + n_{I_{P,HC}},$$

где  $n_{I_{P,HC}}$  - флуктуационная составляющая, а  $M [I_{P,HC}]$  - систематическая составляющая, определяемая выражением:

$$\begin{aligned} M [I_{P,HC}] &= M \left[ (s_{\text{нав},i} + s_{\text{ТЛМ},i} + n_i) \cdot \frac{A}{\sigma_n^2} G_{\text{ДК},k-1,i} \times \right. \\ &\quad \left. \times G_{\text{СТР},k-1,i} \cos ((\omega_{\text{пр}} + \tilde{\omega}_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \tilde{\varphi}_{k-1}) \right] \approx \\ &\approx M \left[ s_{\text{нав},i} \cdot \frac{A}{\sigma_n^2} \cdot G_{\text{ДК},k-1,i} \cdot G_{\text{СТР},k-1,i} \cdot \cos ((\omega_{\text{пр}} + \tilde{\omega}_{k-1}) T_{\text{Д}} i + \tilde{\varphi}_{k-1}) \right]. \end{aligned}$$

При получении данного выражения учтено, что навигационная и телеметрическая часть сигнала разделены во времени, поэтому их произведение равно нулю. Математическое ожидание можно приближённо рассчитать, перейдя к непрерывному времени:

$$\begin{aligned}
 M [I_{P,HC}] &\approx \frac{A^2}{\sigma_n^2} G_{HC,k-1} \int_{-t_{k-1}}^{t_k} G_{DK}(t-\tau_k) G_{СТР}(t-\tau_k) G_{DK}(t-\hat{\tau}_k) G_{СТР}(t-\hat{\tau}_k) \times \\
 &\quad \times \cos(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega \cdot t) dt = \\
 &= \frac{A^2}{\sigma_n^2} G_{HC,k-1} \rho_{НАВ}(\varepsilon_\tau) \int_0^T \cos(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega t) dt = \\
 &= \frac{A^2}{\sigma_n^2} G_{HC,k-1} \rho_{НАВ}(\varepsilon_\tau) T_{НАВ} \cos(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega \cdot T/2) \operatorname{sinc}(\varepsilon_\omega \cdot T/2),
 \end{aligned}$$

где  $T_{НАВ} = 0.88 \cdot T$  - доля времени, выделенная на передачу только навигационного сообщения,  $\rho_{НАВ}(\varepsilon_\tau)$  - автокорреляционная функция функции  $G_{DK}(t) \cdot G_{СТР}(t)$ . Приводя выражение к окончательному виду, получим:

$$M [I_{P,HC}] = 2q_{c/n_0} T_{НАВ} G_{HC,k} \cdot \rho_{НАВ}(\varepsilon_\tau) \cos(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \operatorname{sinc}(\varepsilon_\omega \cdot T/2).$$

Дисперсия флуктуационной составляющей равна:

$$\begin{aligned}
 D_{I_{P,HC}} &= M \left[ (I_{P,HC} - \bar{I}_{P,HC})^2 \right] = \left( \frac{2A}{N_0} \right)^2 \int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} M [n(t)n(\nu)] \times \\
 &\quad \times G_{DK}(t - \hat{\tau}_{k-1}) G_{СТР}(t - \hat{\tau}_{k-1}) G_{DK}(\nu - \hat{\tau}_{k-1}) G_{СТР}(\nu - \hat{\tau}_{k-1}) \times \\
 &\quad \times \cos(\omega_0 t + \hat{\varphi}_k) \cdot \cos(\omega_0 \nu + \hat{\varphi}_k) d\nu dt = \\
 &= 2q_{c/n_0} T_{НАВ} \rho_{НАВ}(\varepsilon_\tau)
 \end{aligned}$$

Компоненту  $Q_{P,HC}$  также можно представить в виде суммы систематической и флуктуационной составляющих. Статистические характеристики этой компоненты рассчитываются аналогично. Систематическая составляющая равна:

$$M [Q_{P,HC}] = 2q_{c/n_0} T_{HC} G_{HC,k} \rho_{HC}(\varepsilon_\tau) \sin(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \operatorname{sinc}(\varepsilon_\omega \cdot T/2).$$

Флуктуационная составляющая также будет равна  $D_{Q_{P,HC}} = 2q_{c/n_0} T_{HC} \rho_{НАВ}(\varepsilon_\tau)$ .

Аналогично представлены компоненты на выходе коррелятора телеметрического сигнала:

$$\begin{aligned} M [I_{P,ТЛМ}] &= 2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} G_{НС} \cdot G_{ТЛМ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau) \times \\ &\quad \times \cos (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2), \\ M [Q_{P,ТЛМ}] &= 2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} G_{НС} \cdot G_{ТЛМ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau) \times \\ &\quad \times \sin (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2), \end{aligned}$$

а их флуктуационные составляющие:

$$D_{I_{P,ТЛМ}} = D_{Q_{P,ТЛМ}} = 2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau),$$

где  $\rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau)$  - автокорреляционная функция функции  $G_{ДК} (t) G_{МН} (t) (1 - G_{СТР} (t))$ .

Получив статистические характеристики отдельных компонент на выходе коррелятора, можно рассчитать статистические характеристики всего дискриминатора:

$$\begin{aligned} U_{Д\varphi, k} &= -\bar{I}_{P,НС} \cdot \bar{Q}_{P,НС} - \bar{I}_{P,НС} \cdot \bar{Q}_{P,НС} = \\ &= 4q_{c/n_0}^2 (T_{НАВ}^2 \rho_{НАВ}^2 (\varepsilon_\tau) + T_{ТЛМ}^2 \rho_{ТЛМ}^2 (\varepsilon_\tau)) \times \\ &\quad \times \sin (2\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\omega \cdot T) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2), \end{aligned}$$

Флуктуационную характеристику можно определить из соотношения:

$$\begin{aligned} D_{\eta_\varphi} &= D_{I_{P,НС}} \cdot D_{Q_{P,НС}} + M^2 [I_{P,НС}] D_{Q_{P,НС}} + M^2 [D_{Q_{P,НС}}] D_{I_{P,НС}} + \\ &+ D_{I_{P,ТЛМ}} \cdot D_{I_{P,ТЛМ}} + M^2 [I_{P,ТЛМ}] D_{Q_{P,ТЛМ}} + M^2 [D_{Q_{P,ТЛМ}}] D_{I_{P,ТЛМ}} = \\ &= 8q_{c/n_0}^3 T_{НАВ}^3 \rho_{НАВ}^3 (\varepsilon_\tau) \cdot \left( 1 + \frac{1}{2q_{c/n_0} T_{НАВ} \rho_{НАВ} (\varepsilon_\tau)} \right) + \\ &+ 8q_{c/n_0}^3 T_{ТЛМ}^3 \rho_{ТЛМ}^3 (\varepsilon_\tau) \cdot \left( 1 + \frac{1}{2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau)} \right). \end{aligned}$$

## Анализ характеристик дискриминатора задержки

Анализ статистических характеристик дискриминатора задержки проведён аналогично анализу статистических характеристик фазового дискриминатора. Сначала необходимо получить статистические характеристики компонент на выходе коррелятора, что можно сделать основываясь на результатах уже рассчитанных характеристик основных компонент коррелятора. Компоненты  $I_{E,HC,k-1}$  и  $I_{L,HC,k-1}$  отличаются от компоненты  $I_{P,HC,k-1}$  только сдвигом опорной ПСП. Их систематические составляющие равны:

$$M [I_{E,HC,k-1}] = 2q_{c/n_0} T_{HC} G_{HC,k} \cdot \rho_{HC} (\varepsilon_\tau + \Delta_\tau) \cos (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2),$$

$$M [I_{L,HC,k-1}] = 2q_{c/n_0} T_{HC} G_{HC,k} \cdot \rho_{HC} (\varepsilon_\tau - \Delta_\tau) \cos (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2).$$

Флуктуационные составляющие данных компонент независимы, а их дисперсии равны:

$$D_{I_{E,HC}} = D_{I_{P,HC}} = 2q_{c/n_0} T_{HC} \rho_{HC} (\varepsilon_\tau).$$

Аналогично систематические составляющие компонент  $I_{E,ТЛМ,k-1}$  и  $I_{L,ТЛМ,k-1}$  равны:

$$M [I_{E,ТЛМ,k-1}] = 2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} G_{HC} \cdot G_{ТЛ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau + \Delta_\tau) \times \\ \times \cos (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2),$$

$$M [I_{L,ТЛМ,k-1}] = 2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} G_{HC} \cdot G_{ТЛ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau - \Delta_\tau) \times \\ \times \cos (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc} (\varepsilon_\omega \cdot T/2),$$

Флуктуационные составляющие данных компонент независимы, а их дисперсии равны:

$$D_{I_{E,ТЛМ}} = D_{I_{P,ТЛМ}} = 2q_{c/n_0} T_{ТЛМ} \rho_{ТЛМ} (\varepsilon_\tau).$$

Дискриминационная характеристика дискриминатора задержки может быть получена из выражения:

$$U_{Д\tau,k} = -\bar{I}_{P,HC,k-1} \cdot (\bar{I}_{E,HC,k-1} - \bar{I}_{L,HC,k-1}) - \\ - \bar{I}_{P,ТЛМ,k-1} \cdot (\bar{I}_{E,ТЛМ,k-1} - \bar{I}_{L,ТЛМ,k-1}) =$$

$$\begin{aligned}
&= 4q_{c/n_0}^2 \cos^2(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\tau \cdot T/2) \cdot \text{sinc}^2(\varepsilon_\omega \cdot T/2) \times \\
&\times \left\{ T_{\text{НАВ}}^2 \rho_{\text{НАВ}}(\varepsilon_\tau) (\rho_{\text{НС}}(\varepsilon_\tau + \Delta_\tau) - \rho_{\text{НС}}(\varepsilon_\tau - \Delta_\tau)) + \right. \\
&\left. + T_{\text{ТЛМ}}^2 \rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau) (\rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau + \Delta_\tau) - \rho_{\text{ТЛМ}}(\varepsilon_\tau - \Delta_\tau)) \right\}
\end{aligned}$$

Флуктуационную характеристику можно получить из выражения:

$$\begin{aligned}
D_{\eta_\tau} &= D_{I_{P,\text{НС}}} \cdot D_{I_{E,\text{НС}}} + M^2 [I_{P,\text{НС}}] D_{I_{E,\text{НС}}} + M^2 [D_{I_{E,\text{НС}}}] D_{I_{P,\text{НС}}} + \\
&+ D_{I_{P,\text{НС}}} \cdot D_{I_{L,\text{НС}}} + M^2 [I_{P,\text{НС}}] D_{I_{L,\text{НС}}} + M^2 [D_{I_{L,\text{НС}}}] D_{I_{P,\text{НС}}} + \\
&+ D_{I_{P,\text{ТЛМ}}} \cdot D_{I_{E,\text{ТЛМ}}} + M^2 [I_{P,\text{ТЛМ}}] D_{I_{E,\text{ТЛМ}}} + M^2 [D_{I_{E,\text{ТЛМ}}}] D_{I_{P,\text{ТЛМ}}} + \\
&+ D_{I_{P,\text{ТЛМ}}} \cdot D_{I_{L,\text{ТЛМ}}} + M^2 [I_{P,\text{ТЛМ}}] D_{I_{L,\text{ТЛМ}}} + M^2 [D_{I_{L,\text{ТЛМ}}}] D_{I_{P,\text{ТЛМ}}} = \\
&= 16q_{c/n_0}^3 T_{\text{НАВ}}^3 \left( 1 + \frac{1 - \rho_{\text{НАВ}}(\Delta_\tau)}{2q_{c/n_0} T_{\text{НС}}} \right) + 16q_{c/n_0}^3 T_{\text{ТЛМ}}^3 \left( 1 + \frac{1 - \rho_{\text{ТЛМ}}(\Delta_\tau)}{2q_{c/n_0} T_{\text{ТЛМ}}} \right).
\end{aligned}$$

### III. Метод сопряжённых градиентов для решения систем линейных уравнений

Изначально градиентный метод предназначен для минимизации функций. Рассматривается задача минимизации квадратичной формы:

$$S(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \mathbf{b}^T \mathbf{H} \mathbf{b} - \mathbf{C}^T \mathbf{b} \xrightarrow{\mathbf{b}} \min, \quad (0.27)$$

где  $\mathbf{b}$  - вектор, по которому осуществляется минимизация,  $\mathbf{H}$  - квадратная матрица,  $\mathbf{C}$  - вектор. Как в любом итеративном методе, в методе сопряжённых градиентов на каждом шаге осуществляется так называемый линейный поиск вдоль направления  $\mathbf{t}_j$ :

$$\mathbf{b}_j = \mathbf{b}_{j-1} + k_j \cdot \mathbf{t}_j. \quad (0.28)$$

Итеративные методы различаются между собой методом выбора направления поиска и шага  $k_j$ . Метод сопряжённых градиентов подразумевает, что направления поиска на разных итерациях сопряжены с учётом матрицы  $\mathbf{h}$ , т. е.:

$$\mathbf{t}_j \mathbf{H} \mathbf{t}_i = 0 \quad \text{при } i \neq j.$$

Введём понятие градиента:

$$\mathbf{g} = \frac{\partial S(\mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} = \mathbf{H}\mathbf{b} - \mathbf{C}. \quad (0.29)$$

Приращение градиента на каждой итерации с учётом (0.28) составит:

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{g}_j - \mathbf{g}_{j-1} = k_j \mathbf{H}\mathbf{t}_j. \quad (0.30)$$

Для реализации алгоритма необходимо построить последовательность направлений поиска, удовлетворяющую условию (0.29). Допустим, что существует новое направление спуска  $\mathbf{q}_i$ , удовлетворяющее условию (0.29), тогда оно может быть представлено в виде:

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{q}_i + \sum_{j=1}^{i-1} z_{ij} \mathbf{t}_j \quad (0.31)$$

при условии соответствующего подбора коэффициентов  $z_{ij}$ . Умножая обе части равенства (0.31) на  $\mathbf{t}^T \mathbf{H}$ , получим (в предположении, что все предыдущие направления были сопряжёнными):

$$z_{ij} = -\frac{\mathbf{t}_j^T \mathbf{H}\mathbf{q}_j}{\mathbf{t}_j^T \mathbf{H}\mathbf{t}_j}.$$

Взяв в качестве направления спуска отрицательный градиент с учётом (0.30) получим:

$$z_{ij} = \frac{\mathbf{g}_i^T (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_{i-1})}{\mathbf{t}_j^T (\mathbf{g}_j - \mathbf{g}_{j-1})} = \frac{\mathbf{g}_i^T \mathbf{y}_i}{\mathbf{g}_j^T \mathbf{y}_j}. \quad (0.32)$$

Если на предыдущих итерациях линейный поиск осуществлялся верно, то при  $j < i - 1$   $\mathbf{g}_i$  ортогонально  $\mathbf{t}_i$ , что означает  $z_{ij} \equiv 0$ . Для последней итерации:

$$z_{ij} = \frac{\mathbf{g}_i (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_{i-1})}{\mathbf{t}_{i-1} (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_{i-1})}.$$

Подставляя сюда выражение

$$\mathbf{t}_i = -\mathbf{g}_i + \sum_{j=1}^{i-1} z_{ij} \mathbf{t}_j,$$

получим

$$z_{i,i-1} = \frac{\mathbf{g}_i^T (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_{i-1})}{\mathbf{g}_{i-1}^T \mathbf{g}_{i-1}} = \frac{\mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i}{\mathbf{g}_{i-1}^T \mathbf{g}_{i-1}}.$$

Это выражение позволяет рекуррентно вычислять направление поиска на каждый новый шаг.

Задача минимизации квадратичной формы (0.27) представляет собой решение линейной системы, полученной приравнением к нулю производной квадратичной формы:

$$\mathbf{H}\mathbf{b} - \mathbf{C} = 0.$$

Таким образом данный алгоритм можно рассматривать, как алгоритм решения системы линейных уравнений. Подставляя выражение (0.28) в выражение для квадратичной формы (0.27) и взяв производную, получим:

$$\begin{aligned}\varphi(k) &= \frac{1}{2} (\mathbf{b} + k\mathbf{t})^T \mathbf{H} (\mathbf{b} + k\mathbf{t}) - \mathbf{C}^T (\mathbf{b} + k\mathbf{t}), \\ \varphi'(k) &= \mathbf{t}^T \mathbf{H} (\mathbf{b} + k\mathbf{t}) - \mathbf{C}^T \mathbf{b} = \\ &= \mathbf{t}^T (\mathbf{H}\mathbf{b} - \mathbf{C}) + k\mathbf{t}^T \mathbf{H}\mathbf{t} = \\ &= \mathbf{t}^T \mathbf{g} + k\mathbf{t}^T \mathbf{H}\mathbf{t}.\end{aligned}$$

Приравнивая производную к нулю, получим:

$$k = -\frac{\mathbf{t}^T \mathbf{g}}{\mathbf{t}^T \mathbf{H}\mathbf{t}}.$$

Выполнив ту же подстановку, что и при выводе формулы (0.32), получим:

$$k = +\frac{\mathbf{g}^T \mathbf{g}}{\mathbf{t}^T \mathbf{H}\mathbf{t}}.$$

В этом случае линейный поиск (0.28) будет идти в сторону минимизации квадратичной формы, что и требуется. Направление поиска определяется из выражений (0.31), (0.32):

$$\mathbf{t}_j = \frac{\mathbf{g}_j \mathbf{g}_j^T}{\mathbf{g}_{j-1} \mathbf{g}_{j-1}^T} \cdot \mathbf{t}_{j-1}.$$

#### IV. Имитационная модель системы межспутниковых измерений

##### Модель движения НС

```
function [out] = sat(t, NO, NT)
% Расчёт взаимного движения спутников
% с номерами NO и NT.
```

```

% t - массив, содержащий шкалу времени.
Sat0.orb = fix((NO-1)/8)+1;          % Номер
% орбитальной плоскости для первого спутника
SatT.orb = fix((NT-1)/8)+1;          % Номер
% орбитальной плоскости для второго спутника

Sat0.alpha0 = (mod(NO-8,8)*45+15* ...
               floor((NO-1)/8))/180*pi;
SatT.alpha0 = (mod(NT-8,8)*45+15* ...
               floor((NT-1)/8))/180*pi;
TShift = 1.435e+4;% Начальный момент времени

Rz = 6400e3;          % Радиус Земли
H = 19100e3;         % Высота орбиты над Землёй
R = Rz+H;            % Радиус орбиты
incl = 68.5/180*pi;  % Наклонение орбит
T = (86400*7+3600*23+60*27+28)/17;
Norb = 3; % Количество орбитальных плоскостей
for i=1:Norb
    orb(i).Omega = (i-1)*120/180*pi;
                    % Долгота восходящего узла
end
for j=1:Norb
    O = orb(j).Omega;
    i = incl;
    orb(j).S2I=[sin(O)  cos(i)*cos(O) -sin(i)*cos(O);
                cos(O) -cos(i)*sin(O)  sin(i)*sin(O);
                0      sin(i)         cos(i)];
    % Матрица преобразования координат из
    % из орбитальной системы в инерциальную
    % для j-ой плоскости
end
Sat0.X = [R*sin(Sat0.alpha0 + 2*pi/T*(t+TShift));
          R*cos(Sat0.alpha0 + 2*pi/T*(t+TShift));
          zeros(size(t))];
% Координаты первого спутника в орбитальной системе

SatT.X = [R*sin(SatT.alpha0 + 2*pi/T*(t+TShift));
          R*cos(SatT.alpha0 + 2*pi/T*(t+TShift));
          zeros(size(t))];
% Координаты второго спутника в орбитальной системе
Sat0.X = orb(Sat0.orb).S2I * Sat0.X;
SatT.X = orb(SatT.orb).S2I * SatT.X;
% Координаты спутников в инерциальной системе

R = zeros(1, size(t, 2));
for i=1:size(t, 2)
    A = Sat0.X(:, i);
    B = SatT.X(:, i);

```



```

R(i) = sqrt((B-A)'*(B-A));
% Расчёт расстояний между спутниками
end
out = R;

```

## Модель системы межспутниковых измерений

```

%clear;
path(path, '../.../Sub');

w0 = 2*pi * 2.2e9; % Несущая частота
c = 299792458.0; % Скорость света

wd = 2*pi * 35e6; % Частота дискретизации
Td = 2*pi / wd;

T = 1e-3; % Длительность интервала накопления
N = 40+3552+14; % Количество моделируемых точек

Nd = fix(T/Td); % Отсчётов на интервале накопления

q = 10^(34/10); % Отношение мощности сигнала
% к спектральной плотности шума

Trn = 1e-3/4095;
Dtau = c*Trn/2;
DP = [pi; 2*pi*1; 14];
% Начальные ошибки в системе слежения за фазой
DT = [23; 0.14; 5];
% Начальные ошибки в системе слежения за задержкой
t = T * (0:N-1); % Шкала времени

fid = fopen('../.../Data/psp/psp_bami_v_1.txt', 'r');
PNorig = fscanf(fid, '%g\n', Inf)';
fclose(fid);
PNSize = size(PN, 2);

x = sat(t, 1, 11);
% Расчёт расстояния между спутниками
x = DiffCalc(x, t, 4);
% Расчёт производных траектории
xp = x(1:3, :) / c*w0;
% Вектор фазы, частоты и её производной
xt = x(1:3, :); % Вектор псевдодальности,
% скорости и ускорения
F = [1 T 0; % Формирующие матрицы
0 1 T;
0 0 1];

```

```

G = [0; 0; T];
Cp = [1 0 0];
Dep = (w0/c)^2 * 2/1e2 * 4;
xp0 = zeros(3, N);
        % Инициализация вектора состояния ФАП
xp0(:, 1) = xp(:, 1) + (DP .* (-1 + 2*rand(3, 1)));
xt0 = zeros(3, N);
        % Инициализация вектора состояния ССЗ
xt0(:, 1) = xt(:, 1) + (DT .* (-1 + 2*rand(3, 1)));
Dp = zeros(3, 3, N);
Kp = zeros(3, 1, N);

Dp(:, :, 1) = diag([20/180*pi; 2*pi*1; 1.9/c*w0].^2/3);
Dnp = 1/2/q/T;
Det = 2/1e2*4;
Dt = zeros(3, 3, N);
Dte = zeros(3, 3, N);
Kt = zeros(3, 2, N);

Dt(:, :, 1) = diag(DT.^2/12);
Ct = [1 0 0;
      0 1 0];
Dnt = c/5.2e6/q/T;
SdQ = 2*q*T;
SgnQ = sqrt(2*q*T);

for iN=2:N
    xp0(:, iN) = F * xp0(:, iN-1); % Экстраполяция фазы
    Dp(:, :, iN) = F * Dp(:, :, iN-1) * F' + G*Dep*G';
    xt0(:, iN) = F * xt0(:, iN-1);
        % Экстраполяция псевдодальности
    Dte(:, :, iN) = F * Dt(:, :, iN-1) * F' + G*Det*G';

    PNs = PNorig( 1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt(1, iN))/Tpn/c ), NP));
    s = A * PNs .* cos((wi + xp(2, iN))*Td* ...
        (0:Nd-1) + xp(1, iN));
    y = s + randn(1, Nd);

    PNr = PNorig(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN))/Tpn/c ), NP));
    PNre = PNorig(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN)+ ...
        Dtau)/Tpn/c ), NP));
    PNrl = PNorig(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) ...
        - Dtau)/Tpn/c ), NP));

```

```

cr = cos((wi + xp0(2, iN))*Td*(0:Nd-1) + xp0(1, iN));
sr = sin((wi + xp0(2, iN))*Td*(0:Nd-1) + xp0(1, iN));

I(iN) = y * (PNr .* cr)';
Q(iN) = y * (PNr .* sr)';
Ie(iN) = y * (PNre .* cr)';
Qe(iN) = y * (PNre .* sr)';
Il(iN) = y * (PNrl .* cr)';
Ql(iN) = y * (PNrl .* sr)';

Udp = -sign(I(iN))*Q(iN);
Sdp = 2*q*T;

Udt = sign(I(iN)) * (Ie(iN) - Il(iN));
Sdt = 2*q*T /Tpn/c;

Dp(:, :, iN) = (Dp(:, :, iN)^(-1) + ...
                Cp' * Dnp^(-1) * Cp)^(-1);
Kp(:, iN) = Dp(:, :, iN) * Cp' * Dnp^(-1);

xp0(:, iN) = xp0(:, iN) + Kp(:, 1, iN)/Sdp * Udp;
                % Фильтрация фазы
yt = [Udt/Sdt; (xp0(2, iN)/w0*c - xt0(2, iN))];
Dnyt = [Dnt 0; 0 sqrt(Dp(2, 2, iN))/w0*c];

Dt(:, :, iN) = (Dte(:, :, iN)^(-1) + ...
                Ct' * Dnyt^(-1) * Ct)^(-1);
Kt(:, :, iN) = Dt(:, :, iN) * Ct' * Dnyt^(-1);
xt0(:, iN) = xt0(:, iN) + Kt(:, :, iN) * yt;
                % Фильтрация псевдодальности
end

K = 1;
di = zeros(3, N);
% -- Цикл расчёта интерполированных оценок --
xti = xt0;
for n=K:N
    fprintf(' ');

    xti(:, n) = xt0(:, n);
                % Начальное значение для интерполяции
    Dti = zeros(3, 3, N);
                % Начальные значения для матрицы
                % дисперсий интерполяции
    Dti(:, :, n) = Dt(:, :, n);
    Kti = zeros(3, 3, N);
                % Начальные значения для матрицы
                % коэффициентов интерполяции
    Kti(:, :, n) = eye(3);

```

```

for i=n+1:N % Основной цикл интерполяции
    Kti(:,:,i) = Kti(:,:,i-1) * ...
                Dt(:,:,i-1)*F'*Dte(:,:,i)^-1;
    Dti(:,:,i) = Dti(:,:,i-1) - ...
                Kti(:,:,i)*Kt(:,:,i)*...
                Ct*Dte(:,:,i)*Kti(:,:,i)';
    xti(:,i) = xti(:,i-1) + Kti(:,:,i) ...
              *(xt0(:,i) - F*xt0(:,i-1));
end

di(1, n) = Dti(1, 1, N); % Сохранение дисперсии
                        % ошибок интерполяции
di(2, n) = Dti(2, 2, N); % для каждой точки
                        % в конце интервала измерений
di(3, n) = Dti(3, 3, N);

xti(:,n) = xti(:,N);
% Сохранение интерполированной оценки в массив
end
fprintf('\n');

```

## V. Имитационная модель блока быстрого поиска сигнала системы межспутниковых измерений

### Расчёт необходимого числа циклов обнаружения

```

function [Pn] = PmnkStage(m, n, k, Pd)
% function [Pn] = PmnkStage(m, n, k, Pd)
%
% Данная функция рассчитывает одну стадию поиска
% не проверено n спутников, m из них - видимые,
% k - оставшееся количество поисков
% Pd - вероятность обнаружения сигнала

if k<=n % Последняя стадия - количество
        % циклов поиска не больше числа
        % оставшихся спутников
    Pn = zeros(1, m+1);
    Pn1 = Pmnk(m, n, k); % Распределение количества
                        % встретившихся спутников
    for i=0:m
        Pn2 = zeros(1, i);
        for j=0:i % Перебор по количеству найденных
                    % спутников среди тех, которые встретятся

```

```

        Pj = nchoosek(i, j) * Pd^j * (1-Pd)^(i-j);
        Pn2(j+1) = Pj;
    end
    Pn = Pn + Pn1(i+1)*[Pn2 zeros(1, m-i)];
        % Распределение найденных спутников
    end
else % Промежуточная стадия - количество поисков
    % больше числа спутников
    Pn = zeros(1, m+1); % На этой стадии
        % всегда встретится m из n спутников
    Pj2 = zeros(1, m+1);
    for i=0:m % Перебор по количеству
        % найденных спутников среди m встретившихся
        Pj = nchoosek(m, i) * Pd^i * (1-Pd)^(m-i);
        if n-i >0
            Pn2 = PmnkStage(m-i, n-i, k-n, Pd);
            % Переход к следующей стадии поиска
        else
            Pn2 = ones(1, m-i+1);
        end
        Pn = Pn + Pj * [zeros(1, i) Pn2];
    end
end

function [Pn] = Pmnk(m, n, k)
% function [Pn] = Pm_n_k(m, n, k)
%
% Данная функция рассчитывает вероятность
% выпадания различного количества успехов
% в k экспериментах на конечном множестве
% (m возможных успехов из n)
% (на основе гипергеометрической формулы
%
for i=0:m % Расчёт вероятности i успехов
    if k < n - m
        if i <= k
            Pn(i+1) = nchoosek(m, i)*nchoosek(n-m, k-i)...
                / nchoosek(n, k);
        else
            Pn(i+1) = 0;
        end
    elseif i < k - (n - m)
        Pn(i+1) = 0;
    elseif k < n
        if i <= k
            Pn(i+1) = nchoosek(m, i)*nchoosek(n-m, k-i)...
                / nchoosek(n, k);
        else

```

```

        Pn(i+1) = 0;
    end
else
    if i == m
        Pn(i+1) = 1;
    else
        Pn(i+1) = 0;
    end
end
end
end

```

### Модель обнаружителя сигналов

```

clear;
path(path, '../.../Sub');

wd = 2*pi * 35e6;

w0 = 2.2e9;
c = 299792458.0;           % Скорость света

wi = 2*pi * 5e6;

q = 10^(34/10);

T = 3.15e-3;

DopMax = 2*pi * 4e3;

Pf = 0.1;

NN = 5;
fid = fopen('PN.txt', 'r');
PNorig = fscanf(fid, '%g\n', Inf)';
fclose(fid);

PNSize = 4095;
PNorig = PNorig(1:PNSize);

TPSP = 3.15e-3;
Tpn = TPSP/PNSize;

NX = 2*PNSize;
wdop = DopMax * (-1 + 2*rand(1,1));
        % Случайный выбор доплеровской частоты
V = wdop/w0*c;

X = TPSP*c * rand(1,1);
        % Случайный выбор задержки сигнала

```

```

Td = 2*pi / wd;
A = sqrt(4*q*Td);
dW = 2*pi / T;
Nd = fix(T/Td);
NW = ceil(T/TPSP) * ...
      (2*ceil(DopMax/ (2*pi / TPSP)) + 1);

[Pd h0] = PdSumNchanNew(q, NW*NX, Pf, T, NN);
fprintf('Расчётная вероятность ...
        правильного обнаружения: %g\n', Pd);

h = Nd * h0;
Nexp = 30;

tic
for iExp=1:Nexp
    if (iExp > 1)
        fprintf('Эксперимент %d / %d ...
                (осталось %g с)\n', iExp, Nexp, ...
                toc/(iExp-1)*(Nexp-iExp+1));
    end

    res0 = zeros(NW, NX);

    theta = rand(1, 1) > 0.5;
           % Принимается решение, будет ли сигнал

    if theta
        PNs = POrig( mod( fix( (X + (c+V)*Td*...
                               (0:NN*Nd-1))/c/Tpn ), PNSize) + 1 );

        s = A * PNs .* cos( (wi + wdop) * Td * ...
                            (0:NN*Nd-1) + 2*pi * rand(1,1));
        y = s + randn(1, NN*Nd);
    else
        y = randn(1, NN*Nd);
    end

    for iN=1:NN
        fprintf('Накопление огибающей %d / %d\n',...
                iN, NN);
        Y = y((iN-1)*Nd + (1:Nd));

        dWs = 2*pi / TPSP;
        NWs = 2 *ceil(DopMax / dWs) + 1;
        NWe = ceil(T/TPSP);
        NW = NWs * NWe;

        w = zeros(NWe, NWs);

```

```

for i=1:NWe
    w(i, :) = DopMax * ((0:NWs-1) - ...
        (NWs-1)/2)/(NWs-1)*2 + dW*(i-1);
end

PN = expand_arr1(PNorig, NX);
PN = shift(PN, 1);
scPN = conj(fft(PN));

res = zeros(NW, NX);

z = Y .* exp( 1i * (wi * Td * (0:Nd-1)));

M = ceil(T/TPSP)*NX;
acc = zeros(1, M);
for j=1:Nd
    k = fix( c*Td*(j-1)/(TPSP*c/NX) ) + 1;
    acc(k) = acc(k) + z(j);
end

for i=1:NWe
    acc1 = acc .* exp(1i * dW * (i-1) * ...
        TPSP/NX * (0:M-1));

    acc2 = zeros(1, NX);
    for j=1:M
        acc2(mod(j-1, NX)+1) = acc2(mod(j-1, NX)+1)...
            + acc1(j);
    end

    sAcc = fft(acc2);

    for j=1:NWs
        wd = w(i, j);
        fprintf(' ');

        res(i + (j-1)*NWe, :) = abs(ifft(...
            shift(sAcc, j - 1 - fix(NWs/2)) .* scPN));
    end
end
fprintf('\n');
res0 = res0 + abs(res).^2;
end

theta0 = max(max(res0)) >= h;

if theta
    fid = fopen('DetStatD.txt', 'a');

```



```

    if theta0 % Правильное обнаружение
        fprintf(fid, '0\n');
    else
        fprintf(fid, '1\n');
    end
    fclose(fid);
else
    fid = fopen('DetStatF.txt', 'a');
    if theta0 % Ложная тревога
        fprintf(fid, '1\n');
    else
        fprintf(fid, '0\n');
    end
    fclose(fid);
end
end

```

```
end
```

```

fid = fopen('DetStatD.txt', 'r');
res = fscanf(fid, '%g\n', Inf)'; fclose(fid);
Pdexp = 1 - sum(res)/size(res, 2);

```

```

fid = fopen('DetStatF.txt', 'r');
res = fscanf(fid, '%g\n', Inf)'; fclose(fid);
Pfexp = sum(res)/size(res, 2);

```

```

fprintf('Вероятность правильного обнаружения: ...
        %g\n', Pdexp);
fprintf('Вероятность ложной тревоги: ...
        %g\n', Pfexp);

```

## VI. Имитационная модель системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений

### Модель системы совместного приёма телеметрического и навигационного сообщений

```
clear
```

```

N = 100000;
RecType = 'join';
Way = 'final';

```

```
q = 55;
```

```
c = 299792458.0; % Скорость света
```

```

wd = 2*pi * 44e6; % Частота дискретизации
Td = 2*pi / wd;
w0 = 2*pi * 1.2e9; % Несущая частота
wi = 2*pi*4.5e6; % Промежуточная частота
q = 10^(q/10); % Отношение мощности сигнала
% к спектральной плотности шума
A = sqrt(4*q*Td); % Амплитуда нормированного к
% СКЗ шума сигнала
Kp = 10^(60/10); % Отношение мощности помехи
% к мощности сигнала
Ap = A * sqrt(Kp); % Амплитуда помехи
NT = 3; % Количество символов
% телеметрического сообщения на 1 мс
TN = 1e-3; % Длительность символа
% навигационного сообщения
T = TN/NT; % Интервал накопления сигнала
% в корреляторе
Nd = fix(T/Td); % Количество отсчётов
% на интервале накопления
Part = 0.1; % Доля телеметрического сигнала
% в мощности суммарного сигнала
Tm = 10; % Время манёвра (в моделях фазы
% и задержки)
SgnA = 4; % СКЗ ускорения
DP = [pi/8; 2*pi*1; 0]; % Начальные ошибки в
% системе слежения за фазой
DT = [10; 0.14; 0]; % Начальные ошибки в системе
% слежения за задержкой
t = T * (0:N-1); % Шкала времени
xp = zeros(3, N);
xp(:, 1) = [pi; 2*pi*1e3; 2*pi*3/c*w0*0];

for i=2:N
    xp(:, i) = [1 T 0; 0 1 T; 0 0 1] * xp(:, i-1);
end

xt = xp(1:3, :)/w0*c; % Вектор псевдодальности,
% скорости и ускорения
SdQ = 2*q*T;
SgnQ = sqrt(2*q*T);

SdQT = 2*q*T*Part;
SgnQT = sqrt(2*q*T*Part);
I = zeros(1, N);
Q = zeros(1, N);
Ie = zeros(1, N);
Qe = zeros(1, N);
Il = zeros(1, N);
Ql = zeros(1, N);

```

```

IT = zeros(1, N);
QT = zeros(1, N);
IeT = zeros(1, N);
QeT = zeros(1, N);
IiT = zeros(1, N);
QiT = zeros(1, N);
F = [1 T 0; % Формирующие матрицы
      0 1 T;
      0 0 1];
G = [0; 0; T];
Cp = [1 0 0];
Dep = (w0/c)^2 * 2/Tm * SgnA^2;
xp0 = zeros(3, N); % Инициализация вектора
                    % состояния ФАП
xp0(:, 1) = xp(:, 1) + (DP .* (-1 + 2*rand(3, 1)));
Dp = zeros(3, 3, N);
Kp = zeros(3, 1, N);
Dp(:, :, 1) = diag([20/180*pi; 2*pi*1; 1.9/c*w0].^2/3);

if RecType == 'join'
    Sdp = 4*q^2*T^2 * (1-Part) + 4*q^2*T^2*Part;
    Dnp = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2) ...
+ (2*q*T*Part)^2*(1+(2*q*T*Part)^2); Dnp = Dnp/Sdp^2;
else
    Sdp = 4*q^2*T^2 * (1-Part);
    Dnp = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2);
    Dnp = Dnp/Sdp^2;
end

Udp = zeros(1, N);
xt0 = zeros(3, N);
    % Инициализация вектора состояния ССЗ
xt0(:, 1) = xt(:, 1) + (DT .* (-1 + 2*rand(3, 1)));
Det = 2/Tm*SgnA^2;
Dt = zeros(3, 3, N);
Dte = zeros(3, 3, N);
Kt = zeros(3, 1, N);

Dt(:, :, 1) = diag(DT.^2/12);
Ct = [1 0 0];
fid = fopen('PN.txt', 'r');
PN_old = fscanf(fid, '%g\n', Inf)'; fclose(fid);

PNSize = 2*4095;
TPSP = 1e-3;
Tpn = TPSP/PNSize;
PN_orig = expand_arr1(PN_old(1:PNSize/2), PNSize);
    % Исходная ПСП растянута в два раза

```

```

ModType = 'mult';
% Исходная последовательность будет
% умножаться на ПСП телеметрического сигнала

PNT = ones(NT, PNSize);
% Последовательность телеметрического сигнала

Mask = expand_arr1(SymGroups(PN_old, 3), PNSize);

NNT = fix(PNSize * Part / NT) * NT;
% Количество символов, отведённых
% на телеметрический сигнал

Meandr = [ ones(1, ceil(PNSize/2));
           -ones(1, ceil(PNSize/2))];
Meandr = Meandr(1:PNSize);
Meandr2 = [ ones(2, ceil(PNSize/4));
            -ones(2, ceil(PNSize/4))];
Meandr = Meandr .* expand_arr1(...
          sign(randn(1, PNSize/2)), PNSize);

NP = fix(PNSize/NT);

for i=1:NT
    Mask2 = Mask.*[zeros(1, NP*(i-1)) ...
                  ones(1, NP) zeros(1, NP*(NT-i))];
    PNT(i, :) = Meandr .* Mask2;
end

DATAN = sign(randn(1, ceil(N/NT)+1));
DATAT = sign(randn(1, N));
Dtau = Tpn*c/2;

if RecType == 'join'
    Sdt = 4*q^2*(T*(1-Part))^2 /Dtau/2 ...
          + 4*q^2*(T*Part)^2 / Dtau/2;
    Dnt = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+ ...
          (2*q*T*(1-Part))^2) + (2*q*T*Part)^2* ...
          (1+(2*q*T*Part)^2); Dnt = Dnt/Sdt^2;
else
    Sdt = 4*q^2*(T*(1-Part))^2 /Dtau/2;
    Dnt = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2);
    Dnt = Dnt/Sdt^2;
end
Udt = zeros(1, N);

fprintf('      ')
for iN=2:N
    fprintf('\b\b\b\b\b\b%3.0f %%', fix(iN/N*100));

```

```

xp0(:, iN) = F * xp0(:, iN-1);
% Экстраполяция фазы

Dp(:, :, iN) = F * Dp(:, :, iN-1) * F' + G*Dep*G';
xt0(:, iN) = F * xt0(:, iN-1);
% Экстраполяция псевдодальности

Dte(:, :, iN) = F * Dt(:, :, iN-1) * F' + G*Det*G';

PNor = PN_orig(mod(iN, NT)*NP + (1:NP));
PNort = PNT(mod(iN, NT)+1, mod(iN, NT)*NP + (1:NP));

PNsn = PNor( 1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt (2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
    xt (1, iN))/Tpn/c ) , NP));
PNst = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt (2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
    xt (1, iN))/Tpn/c ) , NP));
PNs = DATAN(fix(iN/NT)+1) * (PNsn .* ...
    (1-abs(PNst)) + PNsn .* PNst * DATAT(iN));

s = A * PNs .* cos((wi + xp(2, iN))*Td*(0:Nd-1)...
    + xp(1, iN));
y = s + randn(1, Nd);

PNrno = PNor(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
    xt0(1, iN))/Tpn/c ) , NP));
PNreno = PNor(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
    xt0(1, iN) + Dtau)/Tpn/c ) , NP));
PNrlno = PNor(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) - ...
    Dtau)/Tpn/c ) , NP));

PNrt = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
    xt0(1, iN))/Tpn/c ) , NP));
PNret = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) + ...
    Dtau)/Tpn/c ) , NP));
PNrlt = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) - ...
    Dtau)/Tpn/c ) , NP));

PNrn = PNrno .* (1 - abs(PNrt));
PNren = PNreno .* (1 - abs(PNret));
PNrln = PNrlno .* (1 - abs(PNrlt));

```

```

PNrt = PNrt .* PNrno;
PNret = PNret .* PNreno;
PNrlt = PNrlt .* PNrlno;
cr = cos((wi+xp0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xp0(1, iN));
sr = sin((wi+xp0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xp0(1, iN));
I(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrn .* cr)';
Q(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrn .* sr)';
Ie(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNren .* cr)';
Il(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrln .* cr)';
Qe(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNren .* sr)';
Ql(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrln .* sr)';
IT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrt .* cr)';
QT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrt .* sr)';
IeT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNret .* cr)';
ILT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrlt .* cr)';
QeT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNret .* sr)';
QlT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrlt .* sr)';

if RecType == 'join'
    Udp(iN) = - I(iN) * Q(iN) - IT(iN) * QT(iN);
else
    Udp(iN) = - I(iN) * Q(iN);
end

if RecType == 'join'
    Udt(iN) = I(iN) * (Ie(iN) - Il(iN)) + ...
              IT(iN) * (IeT(iN) - ILT(iN));
else
    Udt(iN) = I(iN) * (Ie(iN) - Il(iN));
end

Dp(:, :, iN) = (Dp(:, :, iN)^(-1) + ...
                Cp' * Dnp^(-1) * Cp)^(-1);
Kp(:, iN) = Dp(:, :, iN) * Cp' * Dnp^(-1);

xp0(:, iN) = xp0(:, iN) + Kp(:, 1, iN)/Sdp ...
              * Udp(iN); % Фильтрация фазы
yt = Udt(iN)/Sdt;
Dnyt = Dnt;

Dt(:, :, iN) = (Dte(:, :, iN)^(-1) + ...
                Ct' * Dnyt^(-1) * Ct)^(-1);
Kt(:, :, iN) = Dt(:, :, iN) * Ct' * Dnyt^(-1);
dft = 30;
Kt(:, 1, iN) = [2*(5/6*dft);
                2*(5/6*dft)^2;
                (5/6*dft)^3] * T;

xt0(:, iN) = xt0(:, iN) + Kt(:, :, iN) * yt;

```

```

    % Фильтрация псевдодальности
end
fprintf('\n');

figure(1);
plot(t, (xp(2, :) - xp0(2, :))/2/pi)
grid on

figure(2);
plot(t, xt(1, :) - xt0(1, :))
grid on

i=2:N;
figure(3);
plot(xt(1, i) - xt0(1, i), Udt(i)/Sdt, 'r', ...
     xt(1, i) - xt0(1, i), xt(1, i) - xt0(1, i), 'b-');
grid on

figure(3);
i=2:N;
ErrN = sign(I(i)) .* sign(DATAN(fix(i/NT)+1));
ErrT = sign(IT(i)) .* sign(DATAT(i)).*sign(...
    DATAN(fix(i/NT)+1));
plot(i, ErrN, 'b', i, ErrT + 2.1, 'r')

NerrN = (size(ErrN, 2) - sum(ErrN))/2;
NerrT = (size(ErrT, 2) - sum(ErrT))/2;
fprintf('Количество ошибок в навигационных данных:...'
    %5d (%g %%)\n', NerrN, NerrN/(N-1)*100);
fprintf('Количество ошибок в телеметрических данных:...'
    %5d (%g %%)\n', NerrT, NerrT/(N-1)*100);

```

## VII. Имитационная модель системы подавления узкополосных помех

### Модель системы подавления узкополосных помех

```

clear

N = 100;
Way = 'final';
RecType = 'join';
q = 55;
KP = 10^(70/10);

c = 299792458.0;    % Скорость света

```

```

wd = 2*pi * 44e6;    % Частота дискретизации
Td = 2*pi / wd;
w0 = 2*pi * 1.2e9;  % Несущая частота
wi = 2*pi*4.5e6;   % Промежуточная частота
q = 10^(q/10);     % Отношение мощности сигнала
                    % к спектральной плотности шума
A = sqrt(4*q*Td);  % Амплитуда нормированного к СКЗ
                    % шума сигнала
Kp = 10^(60/10);   % Отношение мощности помехи
                    % к мощности сигнала
Ap = A * sqrt(Kp); % Амплитуда помехи
NT = 3;            % Количество символов
                    % телеметрического сообщения на 1 мс
TN = 1e-3;        % Длительность символа
                    % навигационного сообщения
T = TN/NT;        % Интервал накопления сигнала
                    % в корреляторе
Nd = fix(T/Td);   % Количество отсчётов
                    % на интервале накопления
Part = 0.1;       % Доля телеметрического сигнала
                    % в мощности суммарного сигнала

Tm = 10;
SgnA = 4;
DP = [pi/8; 2*pi*1; 0];
    % Начальные ошибки в системе слежения за фазой
DT = [10; 0.14; 0];
    % Начальные ошибки в системе слежения за задержкой
t = T * (0:N-1);    % Шкала времени
xp = zeros(3, N);
xp(:, 1) = [pi; 2*pi*1e3; 2*pi*3/c*w0*0];

for i=2:N
    xp(:, i) = [1 T 0; 0 1 T; 0 0 1] * xp(:, i-1);
end

xt = xp(1:3, :)/w0*c;
    % Вектор псевдодальности, скорости и ускорения
SdQ = 2*q*T;
SgnQ = sqrt(2*q*T);

SdQT = 2*q*T*Part;
SgnQT = sqrt(2*q*T*Part);
I = zeros(1, N);
Q = zeros(1, N);
Ie = zeros(1, N);
Qe = zeros(1, N);
Il = zeros(1, N);
Ql = zeros(1, N);
IT = zeros(1, N);

```



```

QT = zeros(1, N);
IeT = zeros(1, N);
QeT = zeros(1, N);
IlT = zeros(1, N);
QlT = zeros(1, N);
F = [1 T 0;                                % Формирующие матрицы
      0 1 T;
      0 0 1];
G = [0; 0; T];
Cp = [1 0 0];
Dep = (w0/c)^2 * 2/Tm * SgnA^2;
xp0 = zeros(3, N);
      % Инициализация вектора состояния ФАП
xp0(:, 1) = xp(:, 1) + (DP .* (-1 + 2*rand(3, 1)));
Dp = zeros(3, 3, N);
Kp = zeros(3, 1, N);

Dp(:, :, 1) = diag([20/180*pi; 2*pi*1; 1.9/c*w0].^2/3);

if RecType == 'join'
    Sdp = 4*q^2*T^2 * (1-Part) + 4*q^2*T^2*Part;
    Dnp = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2)...
+(2*q*T*Part)^2*(1+(2*q*T*Part)^2); Dnp = Dnp/Sdp^2;
else
    Sdp = 4*q^2*T^2 * (1-Part);
    Dnp = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2);
    Dnp = Dnp/Sdp^2;
end

Udp = zeros(1, N);
xt0 = zeros(3, N);
% Инициализация вектора состояния ССЗ
xt0(:, 1) = xt(:, 1) + (DT .* (-1 + 2*rand(3, 1)));
Det = 2/Tm*SgnA^2;
Dt = zeros(3, 3, N);
Dte = zeros(3, 3, N);
Kt = zeros(3, 1, N);

Dt(:, :, 1) = diag(DT.^2/12);
Ct = [1 0 0];
KP = 10^(70/10);
% Отношение мощности помехи к мощности сигнала
Ap = A * sqrt(KP); % Амплитуда помехи
PType = '1_harm_'; % Гармоническая помеха

%PType = 'n_harm_';
% Несколько (Np) гармонических помех
%Np = 5; % Количество гармонических помех

```

```

%PType = 'band_lim__'; % Полосовая помеха
dFp = 1e5; % Полоса помехи
wp = wi;

fid = fopen('PN.txt', 'r');
PN_old = fscanf(fid, '%g\n', Inf)'; fclose(fid);

PNSize = 2*4095;
TPSP = 1e-3;
Tpn = TPSP/PNSize;
PN_orig = expand_arr1(PN_old(1:PNSize/2), PNSize);
% Исходная ПСП растянута в два раза

ModType = 'mult';
% Исходная последовательность будет умножаться
% на ПСП телеметрического сигнала

PNT = ones(NT, PNSize);
% Последовательность телеметрического сигнала

Mask = expand_arr1(SymGroups(PN_old, 3), PNSize);

NNT = fix(PNSize * Part / NT) * NT;
% Количество символов, отведённых
% на телеметрический сигнал

Meandr = [ ones(1, ceil(PNSize/2));
           -ones(1, ceil(PNSize/2))];
Meandr = Meandr(1:PNSize);
Meandr2 = [ ones(2, ceil(PNSize/4));
           -ones(2, ceil(PNSize/4))];
Meandr = Meandr .* expand_arr1(...
           sign(randn(1, PNSize/2)), PNSize);

NP = fix(PNSize/NT);

for i=1:NT
    Mask2 = Mask .* [zeros(1, NP*(i-1))...
                    ones(1, NP) zeros(1, NP*(NT-i))];
    PNT(i, :) = Meandr .* Mask2;
end
DATAN = sign(randn(1, ceil(N/NT)+1));
DATAT = sign(randn(1, N));

Dtau = Tpn*c/2;

if RecType == 'join'
    Sdt = 4*q^2*(T*(1-Part))^2 /Dtau/2 + ...
          4*q^2*(T*Part)^2 / Dtau/2;

```

```

Dnt = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2)...
      + (2*q*T*Part)^2*(1+(2*q*T*Part)^2);
Dnt = Dnt/Sdt^2;
else
Sdt = 4*q^2*(T*(1-Part))^2 /Dtau/2;
Dnt = (2*q*T*(1-Part))^2*(1+(2*q*T*(1-Part))^2);
Dnt = Dnt/Sdt^2;
end
Udt = zeros(1, N);

fprintf('Расчёт коэффициентов фильтра\n');
n = 128;
Nstat = 10*n;
zf = zeros(1, n);
NNd = Nd;
Nd = Nstat + n;
iN = 1;
switch PType % Выбор типа помехи
    case '1_harm____'
        PP = exp(1i * wp * (Td*Nd*(iN-1) + ...
                  Td*(0:(Nd-1))));
        wj = wp;
    case 'n_harm____'
        PP = zeros(1, Nd);
        for i=1:Np
            wj(i) = wp + 2*pi*dFp*((i-Np/2)/Np);
            PP = PP + exp( 1i * wj(i) * ...
                          (Td*Nd*(iN-1) + Td*(0:(Nd-1))));
        end
    case 'band_lim__'
        NPP = ceil( 2*pi*dFp/wd * Nd );
        PP = zeros(1, Nd);
        PP(1:NPP) = exp(1i * 2*pi * (1:NPP));
        PP = shift(PP, -fix(NPP/2));
        PP = ifft(PP);
        PP = PP .* exp(1i * wp * (Td*Nd*(iN-1)+...
                              Td * (0:(Nd-1))));
end
PP = real(PP);
PP = PP / sqrt( PP * PP') * sqrt(N*Nd) * Ap;
% Нормировка энергии помехи
y = PP + randn(1, Nd);
Nd = NNd;

RZS1 = zeros(n ,1);
for iStat=1:Nstat
    Y = conj(y(iStat + n - (1:n) ))';
    RZS1 = RZS1 + conj(y(iStat + n)) * Y;
end

```

```

RZS1 = RZS1 / Nstat;
g = -RZS1; % Вектор обновления
g2 = g'*g;
t = RZS1; % Вектор направлений
beta = zeros(n, 1);
itlimit = 100;
for itcount = 1:itlimit
    v = zeros(n, 1);
    for iStat=1:Nstat
        Y = conj(y(iStat + n - (1:n) ))';
        v = v + Y*(Y'*t);
    end
    v = v / Nstat;
    t2 = t'*v;

    step = g2/t2;
    oldg2 = g2;
    g = g + step * v; % (19.6)
    beta = beta + step * t;
    g2 = g'*g;
    t2 = g2/oldg2;
    t = -g + t2 * t;
    itcount
    g2
    if (g2 < 1) & (itcount>5)
        break;
    end
end
itcount
switch PType % Выбор типа помехи
    case '1_harm____'
        PP = exp(1i * wp * Td*(0:(N*Nd-1)));
        wj = wp;
    case 'n_harm____'
        PP = zeros(1, N*Nd);
        for i=1:Np
            wj(i) = wp + 2*pi*dFp*((i-Np/2)/Np);
            PP = PP + exp( 1i * wj(i) * Td*(0:(N*Nd-1)));
        end
    case 'band_lim__'
        NPP = ceil( 2*pi*dFp/wd * Nd*N );
        PP = zeros(1, N*Nd);
        PP(1:NPP) = exp(1i * 2*pi * rand(1, NPP));
        PP = shift(PP, -fix(NPP/2));
        PP = ifft(PP);
        PP = PP.*exp(1i*(wp*Td*(0:(N*Nd-1))));
end
PP = real(PP);
PP = PP / sqrt( PP * PP') * sqrt(N*Nd) * Ap;

```

```

% Нормировка энергии помехи

fprintf('Начало слежения\n');
fprintf('      ')
for iN=2:N
    fprintf('\b\b\b\b\b\b%3.0f %%', fix(iN/N*100));
    xp0(:, iN) = F * xp0(:, iN-1); % Экстраполяция фазы

    Dp(:, :, iN) = F * Dp(:, :, iN-1) * F' + G*Dep*G';
    xt0(:, iN) = F * xt0(:, iN-1);
    % Экстраполяция псевдодальности

    Dte(:, :, iN) = F * Dt(:, :, iN-1) * F' + G*Det*G';

    PNor = PN_orig(mod(iN, NT)*NP + (1:NP));
    PNort = PNT(mod(iN, NT)+1, mod(iN, NT)*NP + (1:NP));

    PNs = PNor( 1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt (2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
        xt(1, iN))/Tpn/c ) , NP));
    PNst = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt (2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
        xt(1, iN))/Tpn/c ) , NP));
    PNs = DATAN(fix(iN/NT)+1) * (PNsn .* ...
        (1-abs(PNst)) + PNs .* PNst * DATAT(iN));

    s = A * PNs .* cos((wi + xp(2, iN))*Td*(0:Nd-1)...
        + xp(1, iN));
    y = s + randn(1, Nd);

    y = y + PP((iN-1)*Nd+(1:Nd));

    Nq = 12;
    M = 2^(Nq-2);
    y = quant_max(y, M, 2^Nq);

    [y zf] = filter([1 -beta'], 1, y, zf);
    y(1:n) = zeros(1, n);

    PNrno = PNor(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
        xt0(1, iN))/Tpn/c ) , NP));
    PNreno = PNor(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) + ...
        Dtau)/Tpn/c ) , NP));
    PNrlno = PNor(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
        (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) - ...
        Dtau)/Tpn/c ) , NP));

```

```

PNrtr = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+...
    xt0(1, iN))/Tpn/c ) , NP));
PNret = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) + ...
    Dtau)/Tpn/c ) , NP));
PNrlt = PNort(1+mod(fix( (T*c*(iN-1) + ...
    (c+xt0(2, iN))*Td*(0:Nd-1)+xt0(1, iN) - ...
    Dtau)/Tpn/c ) , NP));

PNrn = PNrno .* (1 - abs(PNrtr));
PNren = PNreno .* (1 - abs(PNret));
PNrln = PNrlno .* (1 - abs(PNrtr));

PNrtr = PNrtr .* PNrno;
PNret = PNret .* PNreno;
PNrlt = PNrlt .* PNrlno;
cr = cos((wi+xp0(2,iN))*Td*(0:Nd-1)+xp0(1, iN));
sr = sin((wi+xp0(2,iN))*Td*(0:Nd-1)+xp0(1, iN));
I(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrn .* cr)';
Q(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrn .* sr)';
Ie(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNren .* cr)';
Il(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrln .* cr)';
Qe(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNren .* sr)';
Ql(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrln .* sr)';
IT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrtr .* cr)';
QT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrtr .* sr)';
IeT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNret .* cr)';
IlT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrlt .* cr)';
QeT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNret .* sr)';
QlT(iN) = 2*SdQ/Nd/A * y * (PNrlt .* sr)';

if RecType == 'join'
    Udp(iN) = - I(iN) * Q(iN) - IT(iN) * QT(iN);
else
    Udp(iN) = - I(iN) * Q(iN);
end

if RecType == 'join'
    Udt(iN) = I(iN) * (Ie(iN) - Il(iN)) + ...
        IT(iN) * (IeT(iN) - IlT(iN));
else
    Udt(iN) = I(iN) * (Ie(iN) - Il(iN));
end

Dp(:, :, iN) = (Dp(:, :, iN)^(-1) + ...
    Cp' * Dnp^(-1) * Cp)^(-1);
Kp(:, iN) = Dp(:, :, iN) * Cp' * Dnp^(-1);

```

```

xp0(:, iN) = xp0(:, iN) + Kp(:, 1, iN)/Sdp *...
                Udp(iN); % Фильтрация фазы
yt = Udt(iN)/Sdt;
Dnyt = Dnt;

Dt(:, :, iN) = (Dte(:, :, iN)^(-1) + ...
                Ct' * Dnyt^(-1) * Ct)^(-1);
Kt(:, :, iN) = Dt(:, :, iN) * Ct' * Dnyt^(-1);
dft = 30;
Kt(:, 1, iN) = [2*(5/6*dft);
                2*(5/6*dft)^2;
                (5/6*dft)^3] * T;

xt0(:, iN) = xt0(:, iN) + Kt(:, :, iN) * yt;
% Фильтрация псевдодальности
end
fprintf('\n');

NK = Nd;
f = wd/2/pi* ((0:NK-1)/NK-0.5);
K = fftshift(fft( [1 -beta' zeros(1, NK-n-1)] ));
i = 1:Nd;
plot(f(i)/1e6, 20*log10(abs(K(i))), 'r')
grid on
drawnow

figure(2);
i=2:N;
ErrN = sign(I(i)) .* sign(DATAN(fix(i/NT)+1));
ErrT = sign(IT(i)) .* sign(DATAT(i)).*...
        sign(DATAN(fix(i/NT)+1));
NerrN = (size(ErrN, 2) - sum(ErrN))/2;
NerrT = (size(ErrT, 2) - sum(ErrT))/2;
fprintf('Количество ошибок в навигационных...
данных: %5d (%g %%)\n', NerrN, NerrN/(N-1)*100);
fprintf('Количество ошибок в телеметрических...
данных: %5d (%g %%)\n', NerrT, NerrT/(N-1)*100);
plot(i, ErrN, 'b', i, ErrT + 2.1, 'r')

NK = Nd;
f = wd/2/pi* ((0:NK-1)/NK-0.5);
K = fftshift(fft( [1 -beta' zeros(1, NK-n-1)] ));
i = 1:Nd;
plot(f(i)/1e6, 20*log10(abs(K(i))), 'r')
grid on
drawnow

```

**VIII. Акты внедрения результатов работы**



**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель генерального директора-  
генерального конструктора  
ФГУП «Российский научно-  
исследовательский институт  
космического приборостроения»

М.К. Соловьев



**АКТ**  
об внедрении результатов диссертации Болденкова Е.Н. на тему:  
«РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ  
НАВИГАЦИИ»

Алгоритмы оценивания псевдодальности и доплеровского смещения частоты (псевдоскорости), а также алгоритмы интерполяции оценок псевдодальности и псевдоскорости в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений, предложенные в диссертации, и соответствующее математическое обеспечение внедрены в ОКР «Разработка и создание аппаратуры БАМИ и КПА для аппаратуры БАМИ», выполняющейся в 2004-2007 гг. по заказу ФГУП «НПО прикладной механики», государственный контракт № 132/012. Комплект бортовой аппаратуры межспутниковых измерений поставляется заказчику в марте 2007 г.

Начальник отдела

Р.В. Бакитько



**УТВЕРЖДАЮ**  
Ректор ГОУВПО «МЭИ(ТУ)»

*С.В. Серебрянников*  
С.В. Серебрянников

**А К Т**

об использовании результатов диссертации Болденкова Е.Н. на тему:  
**«РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ  
НАВИГАЦИИ»**

Материалы диссертации по синтезу и анализу алгоритмов оценивания псевдодальности и доплеровского смещения частоты (псевдоскорости) в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений и соответствующего программного обеспечения использованы в составной части ОКР «Исследование и моделирование алгоритмов обработки сигналов для КПА БАМИ», выполнявшейся в 2004 г. по заказу ФГУП «РНИИ космического приборостроения» по договору № 2260040, и вошли в научно-технический отчет по НИР за 2004 г. (инв. № 6/04/097).

Материалы диссертации по разработке алгоритмов интерполяции оценок псевдодальности и псевдоскорости в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений и соответствующего программного обеспечения использованы в составной части ОКР «Оценка влияния структуры и параметров сигнального пакета на вероятность обнаружения и точность измерения псевдодальности», выполнявшейся в 2005 г. по заказу ФГУП «РНИИ космического приборостроения» по договору № 2158050, и вошли в научно-технический отчет по НИР за 2005 г. (инв. № 7/05/097).

Материалы диссертации по синтезу и анализу алгоритмов оптимального совместного приёма телеметрического и навигационного сигналов использованы в НИР «Исследование и моделирование технических решений по передаче сигналов БСК-Р КА «Глонасс» с помощью аппаратуры БИНС и обеспечению совместимости БСК-Р и БИНС», выполнявшейся в 2005 г. по заказу ФГУП «РНИИ космического приборостроения» по договору № 2209050, и вошли в научно-технический отчет по НИР за 2005 г. (инв. № 8/05/097).

Руководитель  
УИЦ «Современные радиоэлектронные  
и телекоммуникационные технологии»  
д.т.н., профессор

А.И. Перов

## УТВЕРЖДАЮ



Заместитель генерального директора  
ФГУП «Научно-исследовательский  
институт космического  
приборостроения»

 О.Е. Лопатко

## А К Т

об внедрении результатов диссертации Болденкова Е.Н. на тему:  
«РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ  
НАВИГАЦИИ»

Алгоритмы быстрого поиска навигационных сигналов и адаптивные алгоритмы обработки входных сигналов навигационного приемника, обеспечивающие подавление узкополосных помех, предложенные в диссертации, внедрены в ОКР «Разработка помехоустойчивой навигационной аппаратуры потребителей глобальных навигационных систем» (шифр «Актив-Н»), выполняющейся в 2005-2007 гг. по заказу Управления заказов и поставок космических систем и средств ракетно-космической обороны, государственный контракт № Ф030106, и вошли эскизный проект по ОКР в 2006 г. (ЦДКТ.464.316.038-03 ПЗ).

Руководитель сектора



А.В. Шувалов