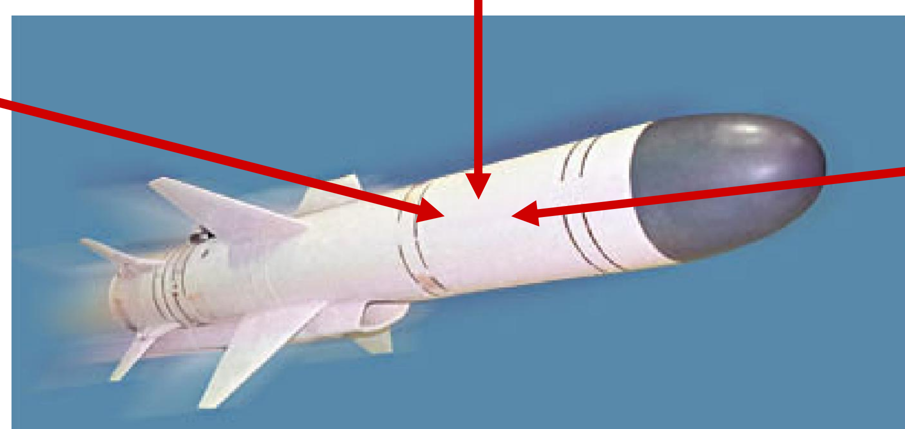
Занятие 14. Оптимальная комплексная фильтрация

Идея: для повышения точности измерений можно использовать несколько измерителей функционально связанных величин

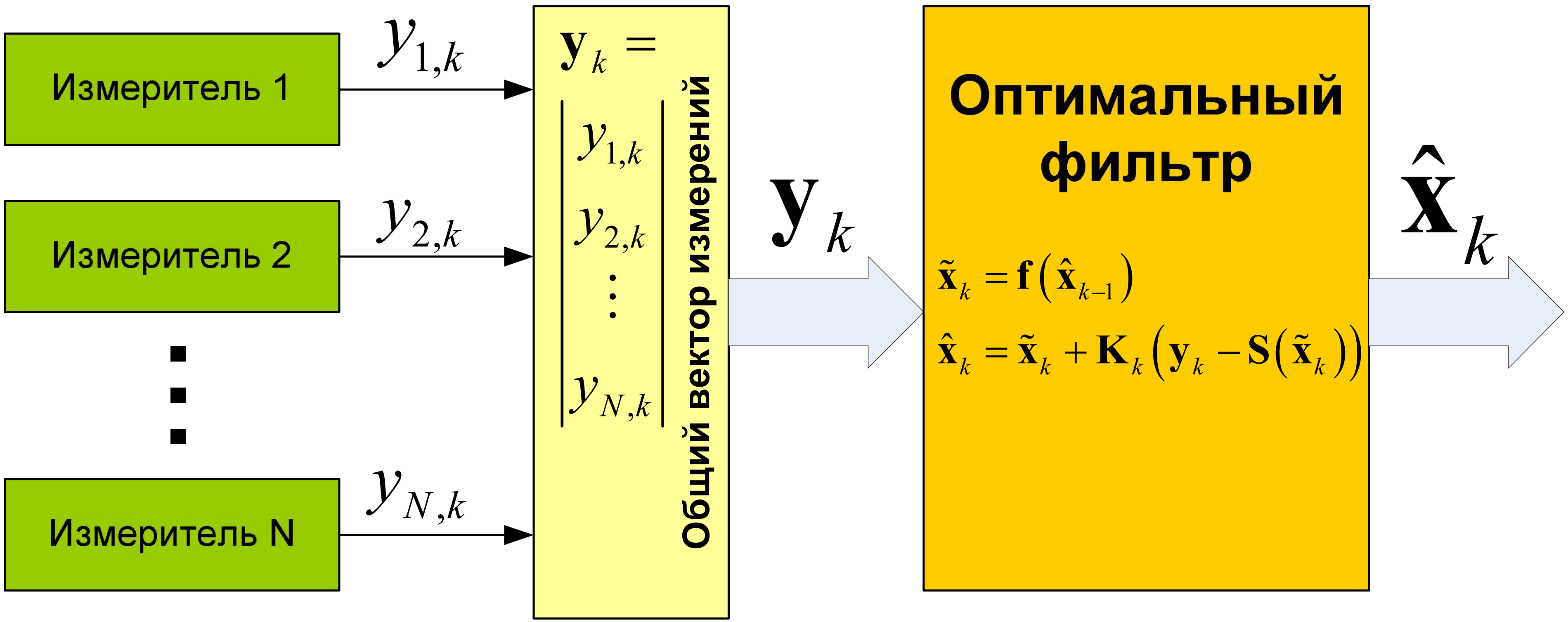
Радиовысотомер/ДИСС

Навигационный приемник ГЛОНАСС/GPS



Инерциальная навигационная система (ИНС)

Принцип комплексирования



Измерения от нескольких датчиков объединяются в общий вектор и дальше обрабатываются в стандартном векторном алгоритме линейной или нелинейной фильтрации

Модифицированный вариант комплексирования

Часто измерения нерадиотехнических датчиков не содержат шума, а имеют медленно меняющуюся погрешность:

$$\mathbf{y}_{\text{НРИ},k} = \boldsymbol{\lambda}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k$$

$\boldsymbol{\lambda}_k = \mathbf{c}\mathbf{x}_k$ - вектор информативных параметров, описываемый многомерным марковским процессом

$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{b}\mathbf{z}_k$ - марковский процесс, а не белый шум!!!

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{f}\left(\mathbf{z}_{k-1}\right) + \mathbf{g}\left(\mathbf{z}_{k-1}\right)\boldsymbol{\xi}_k$$

$\boldsymbol{\xi}_k -$ формирующий ДБГШ

Измерения от радиотехнического устройства:

$$\mathbf{y}_{\text{Р},k} = \mathbf{S}_k\left(\boldsymbol{\lambda}_k\right) + \mathbf{n}_k, \qquad \mathbf{n}_k \text{ - ДБГШ}$$

Модифицированный вариант комплексирования

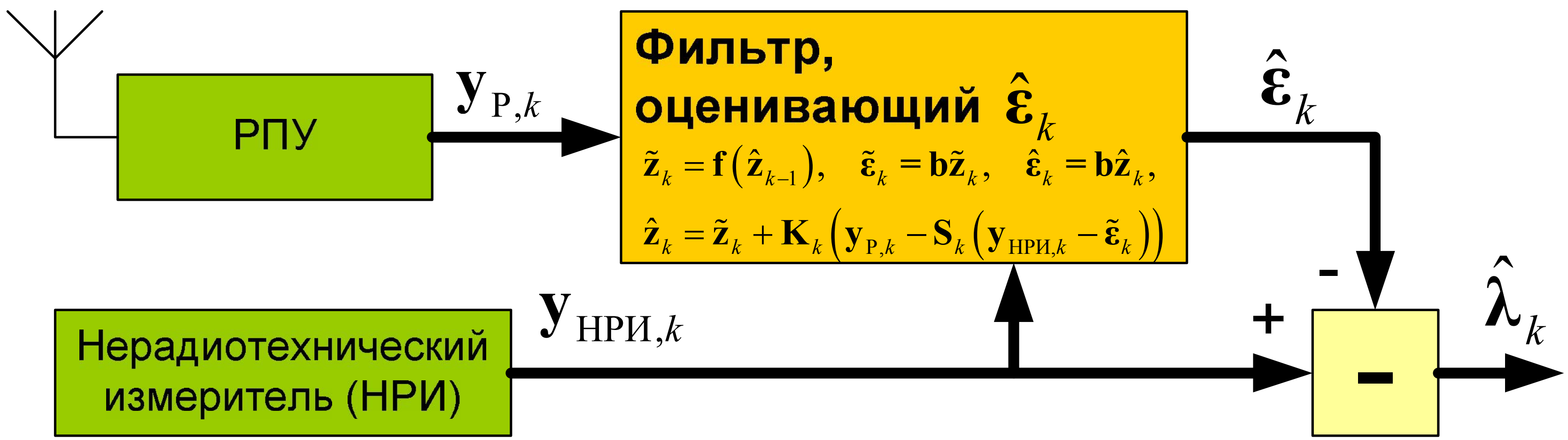
Идея: Выразим формально: $\boldsymbol{\lambda}_k = \mathbf{y}_{\text{НРИ},k} - \boldsymbol{\varepsilon}_k$, тогда

$$\mathbf{y}_{\text{Р},k} = \mathbf{S}_k\left(\mathbf{y}_{\text{НРИ},k} - \boldsymbol{\varepsilon}_k\right) + \mathbf{n}_k$$

и будем искать оценку погрешности $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$, а не $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_k$,

а оценку $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_k$ найдём через оценку погрешности $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$:

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_k = \mathbf{y}_{\text{НРИ},k} - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$$



Пример: комплексная фильтрация вектора скорости

Приемник спутниковой радионавигационной системы (СРНС)

$$\mathbf{y}_{\text{СРНС},k} = \begin{vmatrix} v_{x,k} \\ v_{y,k} \\ v_{z,k} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n_{x,k} \\ n_{y,k} \\ n_{z,k} \end{vmatrix} = \mathbf{v}_k + \mathbf{n}_k$$

Фильтр, оценивающий $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1},$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k + \mathbf{K}_k\left(\mathbf{y}_{\text{СРНС},k} - \left(\mathbf{y}_{\text{ИНС},k} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\right)\right)$$

$$\mathbf{y}_{\text{ИНС},k} = \begin{vmatrix} v_{x,k} \\ v_{y,k} \\ v_{z,k} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{x,k} \\ \varepsilon_{y,k} \\ \varepsilon_{z,k} \end{vmatrix} = \mathbf{v}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k$$

\-

\+

-

$\hat{\mathbf{v}}_k$

Бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС)

$\mathbf{n}_k$ - вектор ДБГШ с матрицей дисперсий $\sigma_n^2 \cdot \mathbf{I}$

$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_k$ - винеровский процесс

с расходящейся дисперсией

$\boldsymbol{\xi}_k$ – формирующий ДБГШ с матрицей дисперсий $\sigma_\xi^2 \cdot \mathbf{I}$

Синтез фильтра

Воспользуемся общими уравнениями оптимальной нелинейной фильтрации и запишем их с учетом нашего частного случая:

Вектор состояний $\mathbf{x} \equiv \boldsymbol{\varepsilon} = \left| \varepsilon_{x,k} \quad \varepsilon_{y,k} \quad \varepsilon_{z,k} \right|^{\text{т}}$

$$\mathbf{f}_{k-1}\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}\right) = \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \mathbf{f}_{k-1}\left(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1}\right)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{I}; \quad \mathbf{g}_{k-1}\left(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1}\right) = 1; \quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1};$$

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\varepsilon,k} = \mathbf{D}_{\varepsilon,k-1} + \mathbf{D}_{\xi}, \quad \mathbf{D}_{\xi} = \sigma_{\xi}^2 \cdot \mathbf{I}.$$

- дисперсия ошибки экстраполированной оценки $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$

$$\mathbf{S}_k\left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\right) = \left(\mathbf{y}_{\text{ИНС},k} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\right) \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial \mathbf{S}_k\left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\right)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}\right) = -\mathbf{I} \quad \Rightarrow \left(\mathbf{y}_k - \left(\mathbf{y}_{\text{ИНС},k} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\right)\right)$$ - невязка измерений

$\mathbf{K}_k = -\tilde{\mathbf{D}}_{\varepsilon,k}\left(\tilde{\mathbf{D}}_{\varepsilon,k} + \mathbf{D}_n\right)^{-1}$ - коэффициент фильтра, $\mathbf{D}_n = \sigma_n^2 \cdot \mathbf{I}$

$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1} + \mathbf{K}_k\left(\mathbf{y}_{\text{СРНС},k} - \left(\mathbf{y}_{\text{ИНС},k} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_k\right)\right)$ - шаг оценивания

$\mathbf{D}_{\varepsilon,k} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{K}_k\right)\tilde{\mathbf{D}}_{\varepsilon,k}$ - дисперсия ошибки оценки $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_k$

Синтез фильтра

В начальный момент времени матрицу дисперсий ФК $\mathbf{D}_{\varepsilon,0}$ полагаем диагональной (ошибки ИНС по осям x, y, z некоррелированы)

Матрицы $\mathbf{D}_{\xi}, \mathbf{D}_{n}$ - диагональны, тогда $\tilde{\mathbf{D}}_{\varepsilon,k}, \mathbf{D}_{\varepsilon,k}, \mathbf{K}_{k}$ - тоже всегда будут диагональны:

$$\mathbf{D}_{\varepsilon,k} = \begin{vmatrix} D_{x,k} & 0 & 0 \\ 0 & D_{y,k} & 0 \\ 0 & 0 & D_{z,k} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{K}_{k} = \begin{vmatrix} K_{x,k} & 0 & 0 \\ 0 & K_{y,k} & 0 \\ 0 & 0 & K_{z,k} \end{vmatrix}$$

Следовательно, векторный фильтр можно разбить на 3 независимых скалярных фильтра:

$$\hat{\varepsilon}_{x(y,z),k} = \hat{\varepsilon}_{x(y,z),k-1} + K_{x(y,z),k}\left(y_{\text{СРНС x(y,z)},k} - \left(y_{\text{ИНС,x(y,z)},k} - \hat{\varepsilon}_{x(y,z),k-1}\right)\right)$$

$$K_{x(y,z),k} = -\frac{D_{x(y,z),k}}{\sigma_n^2}; \quad D^{-1}_{x(y,z),k} = \left(D_{x(y,z),k-1} + \sigma_\xi^2\right)^{-1} + \frac{1}{\sigma_n^2};$$

Для установившегося режима $(k \to \infty)$: $D_{x(y,z),k} = D_{x(y,z),k-1}$, отсюда

$$D_{x(y,z)} = \frac{\sigma_\xi}{2}\left(\sqrt{\sigma_\xi^2 + 4\sigma_n^2} - \sigma_\xi\right), \quad K_{x(y,z)} = -\frac{\sigma_\xi}{2\sigma_n^2}\left(\sqrt{\sigma_\xi^2 + 4\sigma_n^2} - \sigma_\xi\right)$$

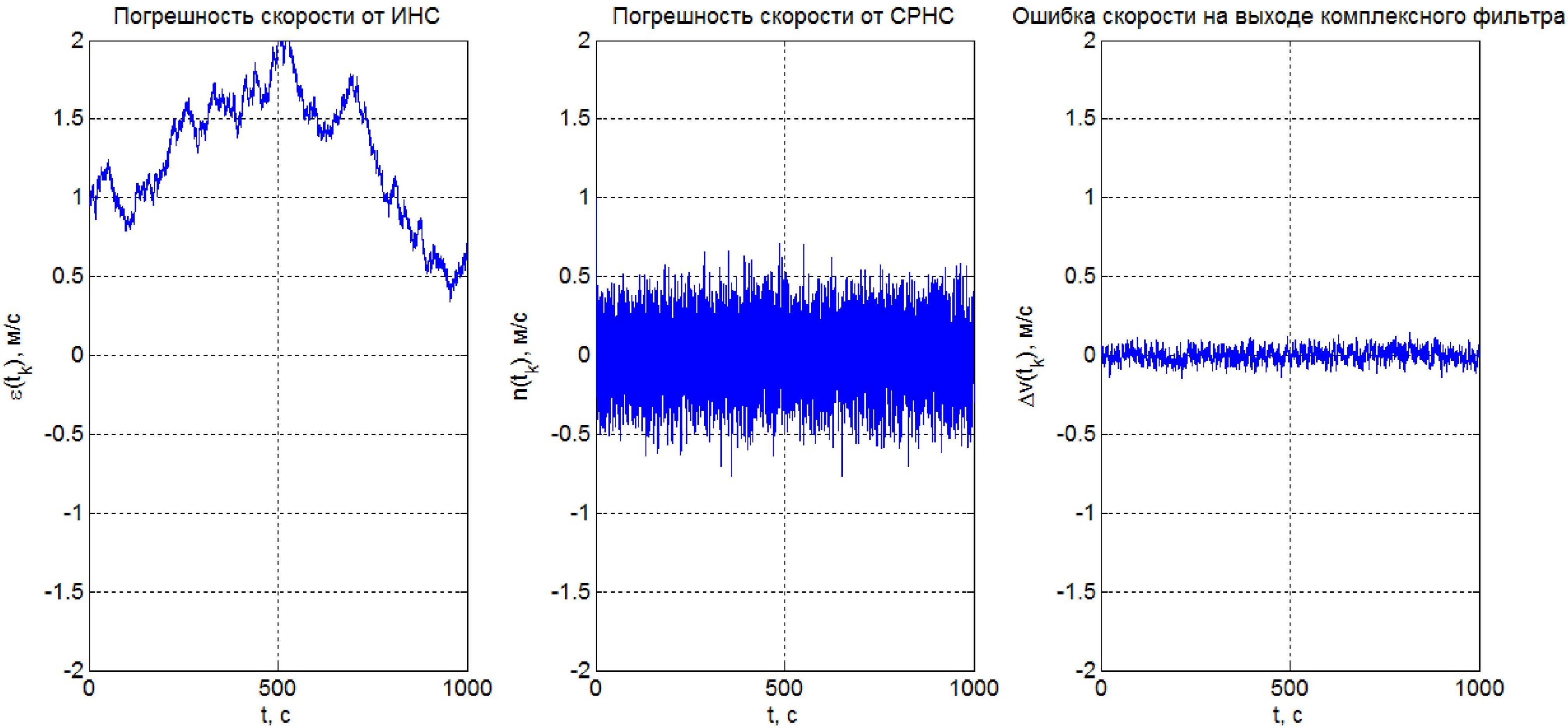
Окончательные уравнения фильтра:

$$\boxed{\hat{\varepsilon}_{x(y,z),k} = \hat{\varepsilon}_{x(y,z),k-1} + \frac{\sigma_\xi}{2\sigma_n^2}\left(\sqrt{\sigma_\xi^2 + 4\sigma_n^2} - \sigma_\xi\right)\left(\left(y_{\text{ИНС,x(y,z)},k} - y_{\text{СРНС x(y,z)},k}\right) - \hat{\varepsilon}_{x(y,z),k-1}\right)}$$

Параметры фильтра и результат комплексирования

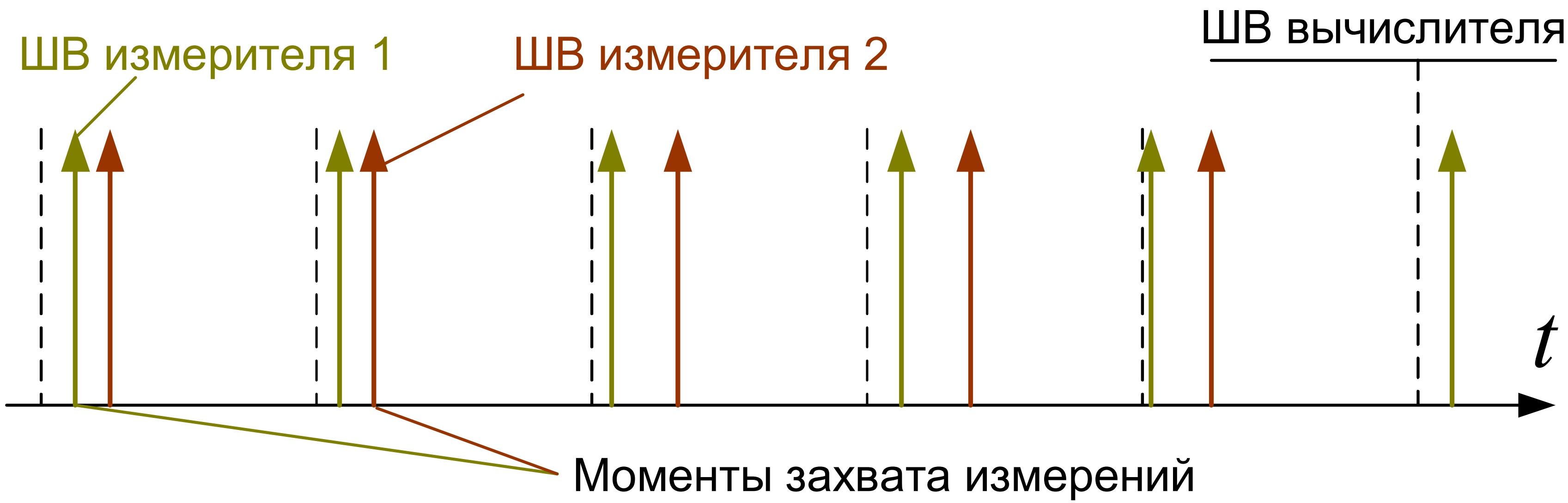
Шаг дискретизации $T = 0.1$ с; ср. кв. ошибка скорости от СРНС

$\sigma_n = 0{,}2$ м/с; $\sigma_\xi = 0{,}01$ м/с

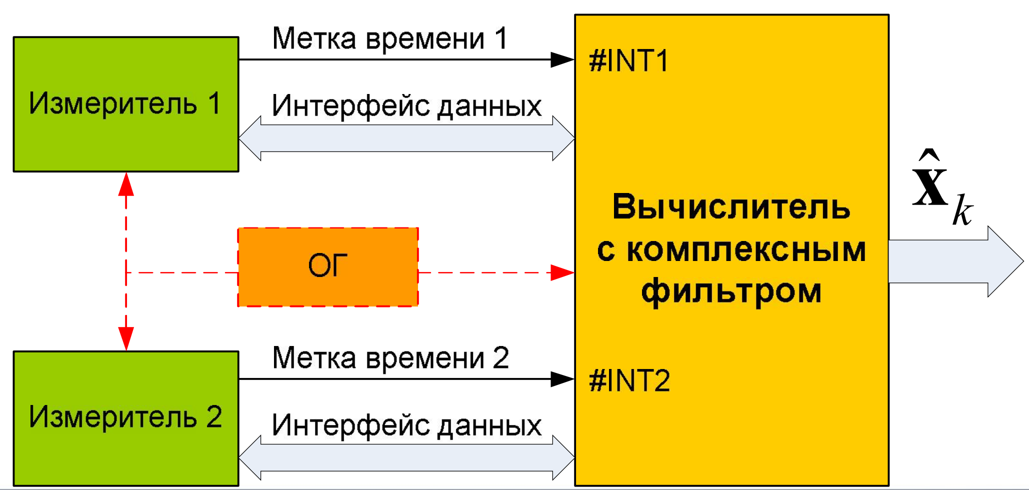


Синхронизация шкал времени измерителей

Проблема: каждый измеритель работает в своей шкале времени и моменты захвата измерений не совпадают.



Для принятия мер, в вычислитель заводят сигнал внешнего прерывания «метка времени» (МВ), фронт которого синхронизирован с моментом захвата измерений.

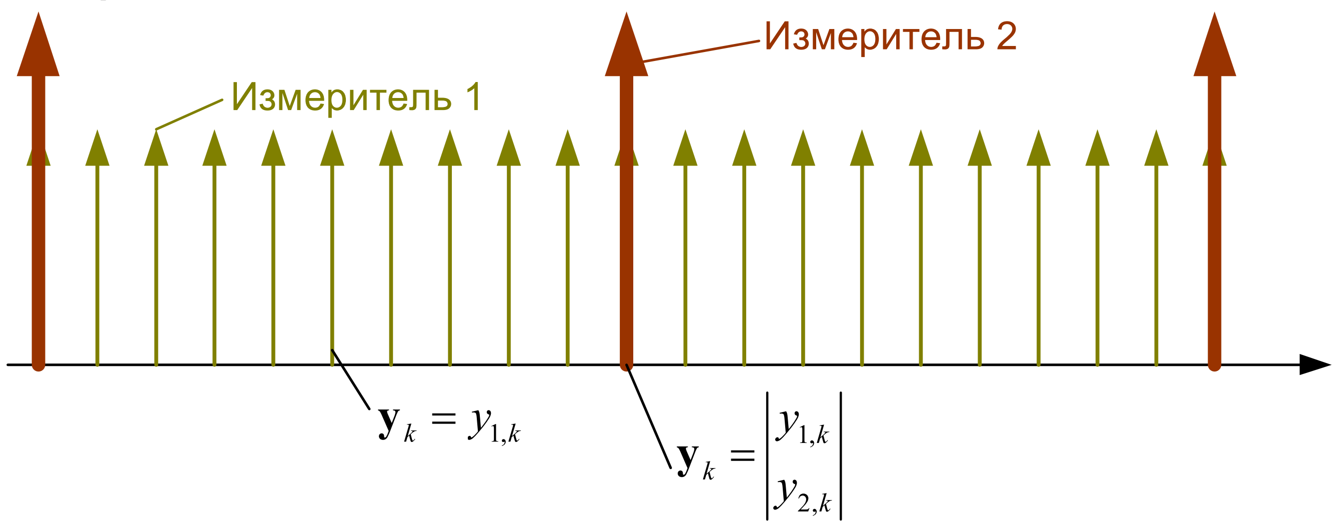


Различие темпов работы измерителей

Разные измерители могут формировать измерения с разным темпом. Пример:

Навигационный приемник: 10 Гц

Инерциальная система: 400 Гц



Вводят вектор наблюдений и сигнальную функцию переменной размерности. Теория не требует, чтобы все размерности РФК были постоянными.

При проектировании системы темпы выбирают кратными, измерители тактируют от одного ОГ, а решение уравнений фильтрации привязывают к наиболее «частому» темпу.