

УДК 621.396

# Синтез и анализ некогерентного алгоритма слежения за задержкой пилотной компоненты сигнала L10С ГЛОНАСС

© Авторы, 2013

**А. И. Перов** – д.т.н., профессор, зав. кафедрой радиотехнических систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»

**Е. В. Захарова** – аспирант кафедры радиотехнических систем МЭИ (ТУ), Национальный исследовательский университет «МЭИ»

**И. В. Корогодин** – к.т.н., ассистент кафедры радиотехнических систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»

**А. А. Перов** – вед. инженер кафедры радиотехнических систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Проведен синтез некогерентного алгоритма фильтрации задержки пилотной составляющей навигационного сигнала L10С ГЛОНАСС с использованием метода дополнительной переменной. Получено выражение, описывающее комплексный временной дискриминатор. Рассчитана дискриминационная характеристика комплексного временного дискриминатора.

**Ключевые слова:** спутниковые радионавигационные системы, аппаратура потребителей, оценка задержки, временной дискриминатор.

Synthesis of non coherent time delay tracking algorithm for pilot component L10С GLONASS signal is performed using complementary variable method. There is obtained formula for a complex time delay discriminator. Discriminatory characteristic is calculated for this discriminator.

**Keywords:** space radio navigation systems, user apparatus, delay estimation, time delay discriminator.

В статье [1] данного номера журнала проведен синтез некогерентного алгоритма слежения за задержкой сигнала L10С ГЛОНАСС при совместной обработке пилотной и информационной компонент сигнала. При малых отношениях сигнал-шум обработка информационной компоненты, содержащей цифровую информацию (ЦИ), приводит к существенному возрастанию шумов на выходе временного дискриминатора [2] и, как следствие, к возрастанию ошибки слежения. Для устранения этого эффекта и вводилась пилотная компонента, свободная от ЦИ.

Цель работы – синтез некогерентного алгоритма слежения за задержкой пилотной компоненты сигнала L10С ГЛОНАСС.

## Математическое описание сигнала L10С ГЛОНАСС

Полагаем, что на вход приемника поступает реализация в дискретном времени  $t_{k,i}$  (рис. 1):

$$y_{k,i} = s(t_{k,i}, \tau_k) + n_{k,i}, \quad (1)$$

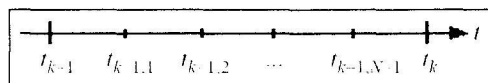


Рис. 1

где  $t_{k,i} = kT + iT_d$ ,  $T = NT_d$  – шаг дискретной обработки в контуре следящей системы;  $T_d$  – период дискретизации в АЦП;  $\tau_k$  – задержкагибающей сигнала, которая подлежит оценке;  $n_{k,i}$  – дискретный белый гауссовский шум (ДБГШ) с дисперсией  $\sigma_n^2$ .

Оценки фильтруемого процесса  $\lambda_k$  необходимо формировать в тактовые моменты времени  $t_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , такие, что  $t_k - t_{k-1} = NT_d = T$ ,  $t_{k-1,N} = t_k$ ,  $t_{k-1,0} = t_{k-1}$ .

Запишем сигнал  $s(t_{k,i}, \lambda_k)$  L10С в виде

$$s(t_{k,i}, \lambda_k) = s_p(t_{k,i}, \lambda_k) \otimes s_d(t_{k,i}, \lambda_k), \quad (2)$$

где знак  $\otimes$  обозначает операцию побитного временного мультиплексирования;

$$s_p(t_{k,i}, \lambda_k) = Ah_{\text{дк,п}}(t_{k,i} - \tau_k) h_{\text{цс}}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_0 t_{k,i} + \varphi_{k,i}) \quad (3)$$

– пилотная составляющая сигнала;

$$s_d(t_{k,i}, \lambda_k) = Ah_{\text{дк,д}}(t_{k,i} - \tau_k) h_{\text{ин}}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_0 t_{k,i} + \varphi_{k,i}) \quad (4)$$

– информационная составляющая сигнала;  $h_{дк,р}(t_{k,i})$ ,  $h_{дк,д}(t_{k,i})$  – функции модуляции дальномерными кодами пилотной и информационной составляющих;  $h_{ис}(t_{k,i})$  – функция модуляции цифровой синусоидой;  $h_{ин}(t_{k,i})$  – функция модуляции цифровой информацией (навигационным сообщением).

Отметим, что описание (2), (3) соответствует синхронному формированию кодовых последовательностей, цифровой синусоиды. ЦИ и когерентным компонентам: пилотной и информационной.

Для рассматриваемого сигнала ЛЮС ГЛОНАСС функция модуляции  $h_{дк,д}(t_{k,i})$  информационной компоненты представляет собой последовательность Голда, формируемую на базе 10-разрядных регистров сдвига [1]. Период формируемой псевдослучайной последовательности (ПСП)  $L = 2^{10} - 1 = 1023$  символов. Временная длительность периода  $T_c = 2$  мс (с учетом временного мультиплексирования). Следовательно, частота следования символов ПСП  $f_c = 0.5115$  МГц. Цифровая информация формируется со скоростью 125 бит/с и подвергается сверточному кодированию со скоростью 1/2. Таким образом, ПСП модулируется символами, следующими со скоростью 250 бит/с, т.е. длительность символа 4 мс.

Функция модуляции  $h_{дк,п}(t_{k,i})$  пилотной компоненты представляет собой укороченную последовательность Ка-сами, формируемую на базе 12- и 6-разрядных регистров сдвига. Период формируемой ПСП  $L = 2^{12} - 1 = 4095$  символов. Временная длительность периода  $T_c = 8$  мс (с учетом временного мультиплексирования). Частота следования символов ПСП  $f_c = 0.5115$  МГц.

Так как далее предполагается слежение только за пилотной компонентой сигнала, приведем корреляционную функцию огибающей компоненты  $s_d(t_{k,i}, \lambda_k)$  (рис. 2, где представлена дискриминационная характеристика по параметру  $\tau_d/\tau_c$ ).

Положим значение параметра  $T$ , определяющего шаг дискретной обработки в контуре следящей системы, равным периоду  $h_{дк,р}$ :  $T = 8$  мс.

Для определенности, как и в [1], примем что при мультиплексировании пилотной и информационной компонент сигнала «первыми» идут символы информационной компоненты, а «вторыми» – пилотной компоненты.

Для проведения синтеза оптимального алгоритма фильтрации задержки по пилотной компоненте мультиплексированный по времени сигнал (2) запишем как сумму двух сигналов:

$$s(t_{k,i}, \lambda_k) = \tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k) + \tilde{s}_d(t_{k,i}), \tag{5}$$

$$\tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k) = A \tilde{h}_{дк,р}(t_{k,i} - \tau_k) h_{ис}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_0 t_{k,i} + (i-1)T_d \omega_{k-1,i} + \varphi_{k-1,i}), \tag{6}$$

$$\tilde{s}_d(t_{k,i}) = A \tilde{h}_{дк,д}(t_{k,i} - \tau_k) h_{ин}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_0 t_{k,i} + (i-1)T_d \omega_{k-1,i} + \varphi_{k-1,i}), \tag{7}$$

где  $\tilde{h}_{дк,д}(t_{k,i})$  – последовательность, получающаяся из последовательности  $h_{дк,д}(t_{k,i})$  путем представления каждого символа в виде двух полусимволов, из которых значение первого равно значению соответствующего символа  $h_{дк,д}(t_{k,i})$ , а значение второго полагается равным нулю;  $\tilde{h}_{дк,р}(t_{k,i})$  – последовательность, получающаяся из последовательности  $h_{дк,р}(t_{k,i})$  путем представления каждого символа в виде двух полусимволов, из которых значение первого полагается равным нулю, а второго – значению соответствующего символа  $h_{дк,р}(t_{k,i})$ .

При записи (5) формально полагалось, что информационная компонента не зависит от оцениваемого параметра  $\lambda_k$ .

С учетом (5) наблюдения (1) могут быть записаны в виде

$$v_{k,i} = \tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k) + \tilde{s}_d(t_{k,i}) + n_{k,i}. \tag{8}$$

### Синтез оптимального алгоритма фильтрации задержки сигнала

Рассмотрим задачу оценки задержки огибающей сигнала (5) в некогерентном режиме. Положим, что изменение задержки  $\tau$  во времени описывается уравнениями

$$\tau_k = \tau_{k-1} + T v_{\tau,k}; \quad v_{\tau,k} = v_{\tau,k-1} + \xi_{\tau,k}. \tag{9}$$

где  $\xi_{\tau,k}$  – ДБГШ с дисперсией  $D_\xi$ .

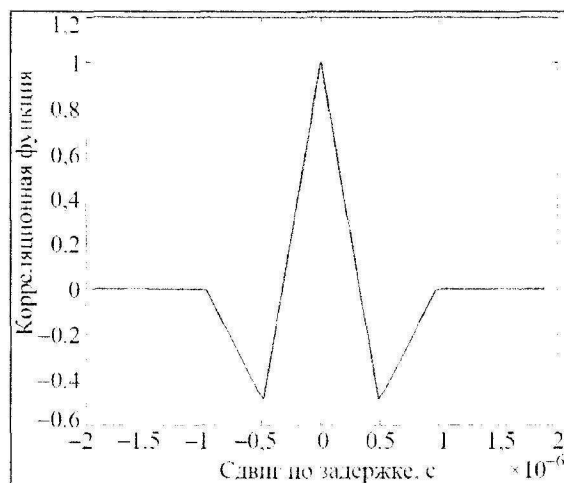


Рис. 2

Компонента  $\tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k)$  имеет ВОС-модуляцию, что порождает многомодальность апостериорной плотности вероятности (АПВ) задержки  $\tau$ . Для решения задачи синтеза оптимальных алгоритмов фильтрации при полимодальной АПВ хорошо зарекомендовал себя метод дополнительной переменной [2, 3]. Воспользуемся этим методом. Введем дополнительную переменную  $\tau_d$ , которую свяжем с цифровой синусоидой пилотной компоненты сигнала, т.е.

$$\tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k) = A\tilde{h}_{\text{дк},p}(t_{k,i} - \tau_k)h_{\text{ис}}(t_{k,i} - \tau_{d,k})\cos(\omega_0 t_{k,i} + (i-1)T_d\omega_{k-1,1} + \varphi_{k-1,1}). \quad (10)$$

При этом будем полагать  $\tau_{d,k} = \tau_k$  для любого  $k$ . Следовательно, изменение  $\tau_d$  во времени описывается уравнениями, аналогичными (9),

$$\tau_{d,k} = \tau_{d,k-1} + T v_{\tau,k-1}, \quad v_{\tau,k} = v_{\tau,k-1} + \xi_{\tau,k-1},$$

где  $\xi_{\tau,k-1}$  – дискретный белый гауссовский шум с дисперсией  $D_\xi$ .

Введем в рассмотрение расширенный вектор  $\mathbf{x} = [\tau \quad \tau_d \quad v_\tau]^T$ , для которого запишем векторное уравнение

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_{\tau,k-1}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

В соответствии с методом дополнительной переменной сначала рассматривается АПВ расширенного вектора состояния  $\mathbf{x}$  для одного из периодов периодического аргумента с использованием стандартной гауссовской аппроксимации в теории оптимальной фильтрации. Для некогерентного режима работы алгоритм оптимальной фильтрации вектора  $\mathbf{x}_k$  задается следующими уравнениями [4]:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} \left( \frac{\partial \tilde{F}_k(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right)^T = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} \mathbf{c}^T \left( \frac{\partial \tilde{F}_k(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_k)}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \right)^T, \quad \tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k} = \mathbf{F}\mathbf{D}_{\mathbf{x},k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}D_\xi\mathbf{G}^T, \quad \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} = \tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial \tilde{F}_k(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right)^T,$$

где  $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $\boldsymbol{\lambda} = [\tau \quad \tau_d]^T$ ;  $\hat{\mathbf{x}}_k$  – оценка фильтруемого процесса;  $\tilde{\mathbf{x}}_k$  – экстраполированная оценка процесса;  $\mathbf{D}_{\mathbf{x},k}$  – матрица дисперсий ошибок фильтрации;  $\tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k}$  – матрица дисперсий ошибок экстраполяции;

$$\tilde{F}_k(\mathbf{x}_k) = \ln \left[ M \left[ \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} (\tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k) + \tilde{s}_d(t_{k,i})) \right\} \right] \right] = \ln \left[ M \left[ \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k) \right\} \right] \right] + c, \quad (13)$$

$c$  – константа, не зависящая от  $\boldsymbol{\lambda}_k$ ; операция усреднения  $M[*]$  проводится по случайным неинформативным параметрам сигнала  $\tilde{s}_p(t_{k,i}, \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_k)$ .

Рассмотрим выражение

$$\exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k) \right\} = \exp \left\{ \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{дк},p}(t_{k,i} - \tau_k) h_{\text{ис}}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_0 t_{k,i} + (i-1)T_d\omega_{k-1,1} + \varphi_{k-1,1}) \right\}. \quad (14)$$

Заменим в (14) в первом приближении  $\text{sign}(\sin(\Omega t_{k,i}))$  на  $\sin(\Omega t_{k,i})$ :

$$\tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k) = A\tilde{h}_{\text{дк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \sin(\Omega(t_{k,i} - \tau_k)) \cos(\tilde{\omega}_0 t_{k,i} + \varphi_0). \quad (15)$$

где  $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 + \omega_{\Delta}$ .

Введем переменные

$$\omega_{\text{п1}} = \tilde{\omega}_0 + \Omega, \quad \omega_{\text{п2}} = \tilde{\omega}_0 - \Omega, \quad \psi_{\text{п1}}(\tau_k) = \varphi_0 - \Omega\tau_k, \quad \psi_{\text{п2}}(\tau_k) = \varphi_0 + \Omega\tau_k, \quad (16)$$

и запишем (15) в виде

$$\tilde{s}_p(t_{k,i}, \boldsymbol{\lambda}_k) = 0,5A\tilde{h}_{\text{дк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \left( \sin(\omega_{\text{п1}}t_{k,i} + \psi_{\text{п1}}(\tau_k)) - \sin(\omega_{\text{п2}}t_{k,i} + \psi_{\text{п2}}(\tau_k)) \right). \quad (17)$$

С учетом (17) выражение (14) будет иметь вид

$$\exp\left\{\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k)\right\} = \exp\left\{\frac{A}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{тк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \sin(\omega_{\text{п1}} t_{k,i} + \psi_{\text{п1}}(\tau_k)) - \frac{A}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{тк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \sin(\omega_{\text{п2}} t_{k,i} + \psi_{\text{п2}}(\tau_k))\right\}. \quad (18)$$

Используя тригонометрические преобразования, представим (18) в виде

$$\exp\left\{\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k)\right\} = \exp\left\{X_{\text{п1},k}(\tau_k) \cos(\psi_{\text{п1},k}(\tau_k) - \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) - X_{\text{п2},k}(\tau_k) \cos(\psi_{\text{п2},k}(\tau_k) - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k))\right\}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} X_{\text{п1},k}^2(\tau_k) &= I_{\text{п1},k}^2(\tau_k) + Q_{\text{п1},k}^2(\tau_k), \quad X_{\text{п2},k}^2(\tau_k) = I_{\text{п2},k}^2(\tau_k) + Q_{\text{п2},k}^2(\tau_k), \\ I_{\text{п1},k}(\tau_k) &= \frac{A}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{тк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_{\text{п1}} t_{k,i}), \quad Q_{\text{п1},k}(\tau_k) = \frac{A}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{тк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \sin(\omega_{\text{п1}} t_{k,i}), \\ I_{\text{п2},k}(\tau_k) &= \frac{A}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{тк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \cos(\omega_{\text{п2}} t_{k,i}), \quad Q_{\text{п2},k}(\tau_k) = \frac{A}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{h}_{\text{тк},p}(t_{k,i} - \tau_k) \sin(\omega_{\text{п2}} t_{k,i}), \\ \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k) &= \text{arctg}\left(\frac{I_{\text{п1},k}(\tau_k)}{Q_{\text{п1},k}(\tau_k)}\right), \quad \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k) = \text{arctg}\left(\frac{I_{\text{п2},k}(\tau_k)}{Q_{\text{п2},k}(\tau_k)}\right). \end{aligned}$$

Используя представление для  $\psi_{\text{п1},k}(\tau_k)$ ,  $\psi_{\text{п2},k}(\tau_k)$  (16) и известные тригонометрические формулы, выражение, стоящее в фигурных скобках в правой части (19), можно записать в виде

$$\begin{aligned} &X_{\text{п1},k}(\tau_k) \cos(\psi_{\text{п1},k}(\tau_k) - \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) - X_{\text{п2},k}(\tau_k) \cos(\psi_{\text{п2},k}(\tau_k) - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k)) = \\ &= \cos(\varphi_0) \left[ X_{\text{п1},k}(\tau_k) \cos(\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) - X_{\text{п2},k}(\tau_k) \cos(\Omega \tau_k - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k)) \right] + \\ &+ \sin(\varphi_0) \left[ X_{\text{п1},k}(\tau_k) \sin(\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) + X_{\text{п2},k}(\tau_k) \sin(\Omega \tau_k - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k)) \right] = Z_k(\tau_k) \cos(\varphi_0 - \hat{\varphi}_0). \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} Z_k^2(\tau_k) &= \left[ X_{\text{п1},k}(\tau_k) \cos(\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) - X_{\text{п2},k}(\tau_k) \cos(\Omega \tau_k - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k)) \right]^2 + \\ &+ \left[ X_{\text{п1},k}(\tau_k) \sin(\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) + X_{\text{п2},k}(\tau_k) \sin(\Omega \tau_k - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k)) \right]^2, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\hat{\varphi}_0 = \text{arctg}\left(\frac{X_{\text{п1},k}(\tau_k) \sin(\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) + X_{\text{п2},k}(\tau_k) \sin(\Omega \tau_k - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k))}{X_{\text{п1},k}(\tau_k) \cos(\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k)) - X_{\text{п2},k}(\tau_k) \cos(\Omega \tau_k - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k))}\right). \quad (22)$$

Тогда для (18) получаем

$$\exp\left\{\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k)\right\} = \exp\{Z_k(\tau_k) \cos(\varphi_0 - \hat{\varphi}_0)\}. \quad (23)$$

Усреднив (23) по  $\varphi_0$ , имеем

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{\pi} \exp\left\{\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N y_{k,i} \tilde{s}_p(t_{k,i}, \lambda_k)\right\} d\varphi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{\pi} \exp\{Z_k(\tau_k) \cos(\varphi_0 - \hat{\varphi}_0)\} d\varphi_0 = I_0(Z_k(\tau_k)). \quad (24)$$

Подставляя (24) в (13), получаем

$$\tilde{F}_k(\mathbf{x}_k) = \ln(I_0(Z_k(\tau_k))). \quad (25)$$

Преобразуем (21)

$$Z_k^2(\tau_k) = X_{\text{п1},k}^2(\tau_k) + X_{\text{п2},k}^2(\tau_k) - 2X_{\text{п1},k}(\tau_k)X_{\text{п2},k}(\tau_k) \cos(2\Omega \tau_k + \hat{\psi}_{\text{п1},k}(\tau_k) - \hat{\psi}_{\text{п2},k}(\tau_k)). \quad (26)$$

Функция  $Z_k(\tau_k)$  – непериодическая по  $\tau$ , что приводит к многомодальности АПВ распределения  $\tau$  и возможной неоднозначности при формировании оценок задержки.

Для решения задач оценивания при многомодальной АПВ можно использовать метод дополнительной переменной, описанный, например, в [2, 3]. В данном методе, наряду с параметром  $\tau$ , который связывается с огибающей  $h_{лк}(t - \tau)$ , вводят дополнительную переменную  $\tau_d$ , которую связывают с фазами  $\psi_{n1}$ ,  $\psi_{n2}$  (16), т.е. полагают  $\psi_{n1}(\tau_d)$ ,  $\psi_{n2}(\tau_d)$ . Переменные  $\tau$  и  $\tau_d$  далее рассматриваются как независимые переменные. Тогда можно показать, что (26) преобразуется к виду

$$Z_k(\tau_k) = \sqrt{X_{n1,k}^2(\tau_k) + X_{n2,k}^2(\tau_k) - 2X_{n1,k}(\tau_k)X_{n2,k}(\tau_k)\cos(2\Omega\tau_{d,k} + \hat{\psi}_{n1,k}(\tau_k) - \hat{\psi}_{n2,k}(\tau_k))}. \quad (27)$$

Тогда векторный дискриминатор в (12) описывается выражением

$$\mathbf{u}_{л,k} = \left( \frac{\partial \ln(I_0(Z_k(\tau_k, \tau_{d,k})))}{\partial \lambda} \right)^T \quad (28)$$

и включает две компоненты

$$u_{л\tau,k} = \partial \ln(I_0(Z_k(\tau, \tau_d))) / \partial \tau \Big|_{\tau=\hat{\tau}_k, \tau_d=\hat{\tau}_{d,k}}; \quad u_{л\tau_d,k} = \partial \ln(I_0(Z_k(\tau, \tau_d))) / \partial \tau_d \Big|_{\tau=\hat{\tau}_k, \tau_d=\hat{\tau}_{d,k}}. \quad (29); (30)$$

При больших отношениях сигнал-шум (29), (30) можно заменить эквивалентными выражениями [3]

$$u_{л\tau,k} = \partial Z_k(\tau, \tau_d) / \partial \tau \Big|_{\tau=\hat{\tau}_k, \tau_d=\hat{\tau}_{d,k}}; \quad u_{л\tau_d,k} = \partial Z_k(\tau, \tau_d) / \partial \tau_d \Big|_{\tau=\hat{\tau}_k, \tau_d=\hat{\tau}_{d,k}}. \quad (31); (32)$$

Рассмотрим сначала дискриминатор по дополнительной переменной. Дифференцирую (32) по  $\tau_d$ , получаем

$$u_{л\tau_d} = 2\Omega X_{n1}(\hat{\tau})X_{n2}(\hat{\tau})\sin(2\Omega\hat{\tau}_d + \hat{\psi}_{n1}(\hat{\tau}) - \hat{\psi}_{n2}(\hat{\tau})) / Z(\hat{\tau}, \hat{\tau}_d). \quad (33)$$

При высокой точности оценивания  $\tau_d$  выражение под знаком синуса в (33) близко к нулю, т.е.  $2\Omega\hat{\tau}_d + \hat{\psi}_{n1}(\hat{\tau}) - \hat{\psi}_{n2}(\hat{\tau}) \approx \pi m$ ,  $m = 0, 1, \dots$ . Учитывая данное обстоятельство, упростим (27):

$$Z(\tau, \tau_d) \approx \sqrt{X_{n2}^2(\tau) + X_{n1}^2(\tau) \pm 2X_{n2}(\tau)X_{n1}(\tau)} = |X_{n2}(\tau) \pm X_{n1}(\tau)|. \quad (34)$$

Подставив (34) в (31) и выполнив дифференцирование по  $\tau$  в точке максимума (34)

$$u_{л\tau} = \partial X_{n2}(\hat{\tau}) / \partial \tau + \partial X_{n1}(\hat{\tau}) / \partial \tau.$$

В навигационной аппаратуре вычисление производных по  $\tau$  в (26) заменяется вычислением конечных разностей

$$\frac{\partial X_{n1(2)}(\hat{\tau})}{\partial \tau} \approx \frac{X_{n1(2)}(\hat{\tau} + \Delta\tau/2) - X_{n1(2)}(\hat{\tau} - \Delta\tau/2)}{\Delta\tau}.$$

Функция (33) – периодическая по  $\tau_d$ , и ее нули соответствуют условию  $2\Omega\hat{\tau}_d + \hat{\psi}_{n1} - \hat{\psi}_{n2} = \pi m$  или

$$\hat{\tau}_d = \frac{1}{\Omega} \left( \frac{\hat{\psi}_{n2} - \hat{\psi}_{n1} + \pi m}{2} \right) = \hat{\tau}_{d0} + \frac{T_\Omega m}{4}, \quad (35)$$

где  $T_\Omega = \frac{2\pi}{\Omega}$  – период колебания поднесущей частоты;  $\hat{\tau}_{d0} = \frac{\hat{\psi}_{n2} - \hat{\psi}_{n1}}{2\Omega}$ .

Формула (35) зависит от параметра  $m$ , определяющего неоднозначность оценки. Для устранения этой неоднозначности в методе дополнительной переменной [3, 4] получен алгоритм оценивания данного параметра в виде

$$\hat{m} = \arg \left( \min_m (|\hat{\tau} - \hat{\tau}_d|) \right) = \arg \left( \min_m \left( \left| \hat{\tau} - \left( \hat{\tau}_{d0}(\hat{\tau}) + \frac{T_\Omega m}{4} \right) \right| \right) \right). \quad (36)$$

Для итоговой оценки задержки  $\hat{\tau}_n$  справедливо выражение

$$\hat{\tau}_n = \hat{\tau}_{d0}(\hat{\tau}) + \frac{\hat{m}T_\Omega}{4}.$$

### Дискриминационные характеристики

Математические ожидания процессов (22) запишем в виде

$$M[I_{л1,k}(\tau_k)] = \bar{I}_{л1,k} = \frac{1}{4} q_{с/n_0} T \rho_0(\varepsilon_\tau) \sin(\varphi_0 - \tau_d \Omega), \quad \rho_0(\varepsilon_\tau) = \frac{2}{T} \int_0^T \bar{h}_{лк,p}(t - \hat{\tau}) \bar{h}_{лк,p}(t - \tau) dt, \quad \varepsilon_\tau = \tau - \hat{\tau}, \quad (37)$$

$$M[Q_{n1,k}(\tau_k)] = \bar{Q}_{n1,k} = \frac{1}{4} q_{c/n_0} T \rho_0(\varepsilon_\tau) \cos(\varphi_0 - \tau_d \Omega), \quad \bar{X}_{n1,k}(\tau_k) = \frac{1}{4} q_{c/n_0} T |\rho_0(\varepsilon_\tau)|,$$

$$M[I_{n2,k}(\tau_k)] = \bar{I}_{n2,k} = \frac{1}{4} q_{c/n_0} T \rho_0(\varepsilon_\tau) \sin(\varphi_0 + \tau_d \Omega), \quad M[Q_{n2,k}(\tau_k)] = \bar{Q}_{n2,k} = \frac{1}{4} q_{c/n_0} T \rho_0(\varepsilon_\tau) \cos(\varphi_0 + \tau_d \Omega),$$

$$\bar{X}_{n2,k}(\tau_k) = \frac{1}{4} q_{c/n_0} T |\rho_0(\varepsilon_\tau)|.$$

Дискриминационная характеристика по  $\tau$

$$u_{\Delta\tau} = \frac{q_{c/n_0} T}{2\Delta\tau} [|\rho_0(\varepsilon_\tau - \Delta\tau/2)| - |\rho_0(\varepsilon_\tau + \Delta\tau/2)|]. \quad (38)$$

Дискриминационная характеристика по  $\tau_d$

$$u_{\Delta\tau_d} = \frac{2\bar{X}_{n1}(\hat{\tau})\bar{X}_{n2}(\hat{\tau})}{\bar{X}_{n1}(\hat{\tau}) + \bar{X}_{n2}(\hat{\tau})} \sin(2\Omega\hat{\tau}_d + \hat{\psi}_{n1}(\hat{\tau}) - \hat{\psi}_{n2}(\hat{\tau})). \quad (39)$$

Рассмотрим выражения

$$M[\hat{\psi}_{n1}(\hat{\tau})] = \text{arctg}\left(\frac{\bar{I}_{n1,k}}{\bar{Q}_{n1,k}}\right) = \text{arctg}\left(\frac{\sin(\varphi_0 - \tau_d \Omega)}{\cos(\varphi_0 - \tau_d \Omega)}\right) = -\varphi_0 - \tau_d \Omega$$

и

$$M[\hat{\psi}_{n2}(\hat{\tau})] = \text{arctg}\left(\frac{\bar{I}_{n2,k}}{\bar{Q}_{n2,k}}\right) = \text{arctg}\left(\frac{\sin(\varphi_0 + \tau_d \Omega)}{\cos(\varphi_0 + \tau_d \Omega)}\right) = \varphi_0 + \tau_d \Omega.$$

Следовательно, среднее значение от (39) можно записать в виде

$$\bar{u}_{\Delta\tau_d} = \frac{2\bar{X}_{n1}(\hat{\tau})\bar{X}_{n2}(\hat{\tau})}{\bar{X}_{n1}(\hat{\tau}) + \bar{X}_{n2}(\hat{\tau})} \sin(2\Omega\hat{\tau}_d - 2\Omega\tau_d) = \frac{-1}{4} \Omega q_{c/n_0} T |\rho_0(\varepsilon_\tau)| \sin(2\Omega\varepsilon_{\tau_d}) = \frac{-\pi q_{c/n_0} T}{2\tau_c} |\rho_0(\varepsilon_\tau)| \sin(2\Omega\varepsilon_{\tau_d}), \quad (40)$$

где  $\varepsilon_{\tau_d} = \tau_d - \hat{\tau}_d$ .

Как следует из (38), (40) дискриминационные характеристики (40) имеют устойчивые точки равновесия при  $\varepsilon_\tau = 0$  и  $\varepsilon_{\tau_d} = \tau_c(2m+1)/4$ ,  $m=0,1,\dots$

Формулы для ДХ (38), (40) записаны с использованием приближения (15). Более точные дискриминационные характеристики могут быть получены путем имитационного моделирования. На рис. 3 приведена дискриминационная характеристика по нормированному параметру  $\tau_d/\tau_c - 1/4$ , а на рис. 4 – дискриминационная характеристика по нормированному параметру  $\tau/\tau_c$ .

Из рис. 3 следует, что дискриминационная характеристика по  $\tau_d$  периодическая. Один из нулей дискриминационной характеристики соответствует  $\hat{\tau}_d = \tau_d$ , т.е. возможно точное слежение за параметром  $\tau_d$  после устранения неоднозначности измерений. Данная неоднозначность устраняется в контуре слежения за параметром  $\tau_d$  путем оценки числа периодов неоднозначности (36). Дискриминационная характеристика по параметру  $\tau$  имеет стандарт-

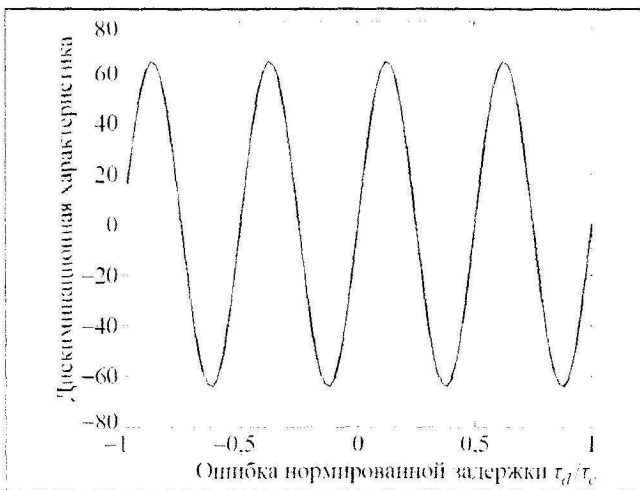


Рис. 3

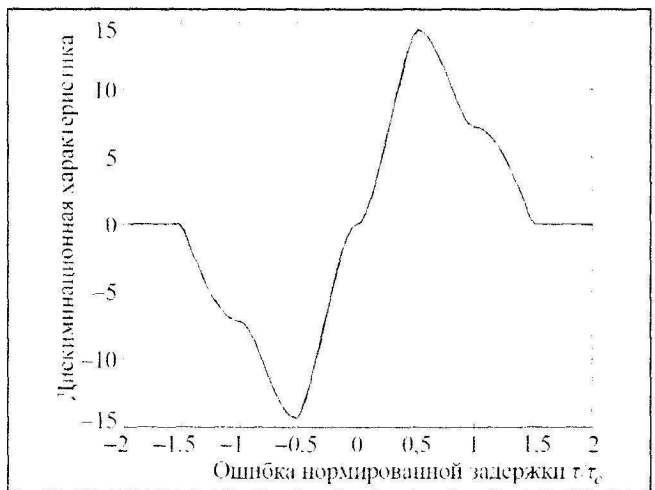


Рис. 4

ный вид, хотя и отличается от аналогичных характеристик при приеме сигнала с модуляцией BPSK(1) некоторой «неравномерностью» склонов характеристики. Ширина апертуры дискриминационной характеристики по параметру  $\tau$  такая же, что и для ВД, предназначенного для приема сигналов с модуляцией BPSK(1).

*Статья подготовлена при проведении НИР в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.*

#### Литература

1. Перов А.И. Синтез и анализ некогерентного алгоритма слежения за задержкой двухкомпонентного сигнала L1OC ГЛОНАСС // Радиотехника. 2013. № 7. С. 85–89.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. Издание 4-е / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника. 2010. 800 с.
3. Виноградов А.А., Перьков А.Е., Родченко А.О. Алгоритмы оценивания задержки перспективных сигналов ГНСС с ВОС-модуляцией на основе метода дополнительной переменной // Радиотехника. 2009. № 7. С. 99–104.
4. Перов А.И. Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. М.: Радиотехника. 2012. 240 с.

Поступила 5 июня 2013 г.

## Synthesis and analysis of non coherent delay tracking algorithm for pilot component L1OC GLONASS signal

© Authors, 2013

**A. I. Perov, E. V. Zaharova, I. V. Korogodin, A. A. Perov**

Perspective signals for GLONASS satellite navigation system with code division are two-components and include pilot and data components. This components have different modulation type and are integrated in single signal using bit time multiplexing method. The pilot component is assigned only for navigation definitions. In the article synthesis of non coherent time delay tracking algorithm for pilot component L1OC GLONASS signal is performed. For this there is used complementary variable method. There is obtained formula for a complex time delay discriminator. Discriminatory characteristic is calculated for this discriminator. It is shown that aperture of this discriminatory characteristic is the same as for time delay discriminator constructed for receiving signal with BPSK(1) modulation.

#### References

1. Perov A.I. Sintez i analiz nekogerentnogo algoritma slezheniya za zaderzhkoj dvukkomponentnogo signala L1OC GLONASS // Radiotekhnika. 2013. № 7. S. 85–89.
2. GLONASS. Principy' postroeniya i funkcionirovaniya. Izdanie 4-e / pod red. A.I. Perova, V.N. Xarisova. M.: Radiotekhnika. 2010. 800 s.
3. Vinogradov A.A., Per'kov A.E., Rodchenko A.O. Algoritmy' ocenivaniya zaderzhki perspektivny'x signalov GNSS s VOS-modulyaciej na osnove metoda dopolnitel'noj peremennoj // Radiotekhnika. 2009. № 7. S. 99–104.
4. Perov A.I. Metody' i algoritmy' optimal'nogo priema signalov v apparature potrebitelej sputnikov'x radionavigacionny'x sistem. M.: Radiotekhnika. 2012. 240 s.